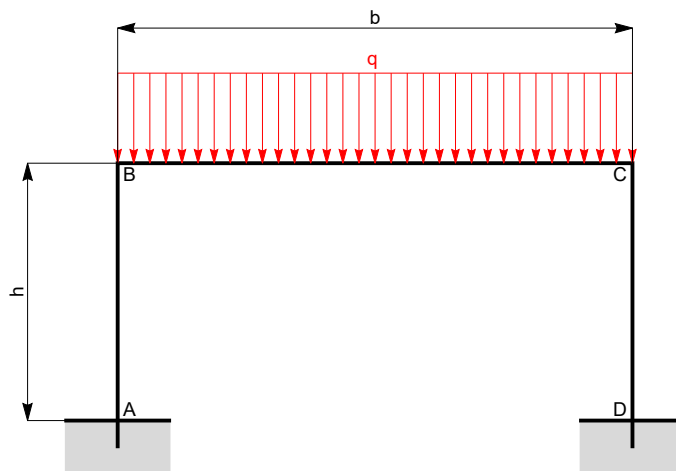


# Obdelníkový prut se spojitým zatížením zhora

## Zadání



Křivý prut je vetknutý v bodech A a D. Segment BC je zatížený svislým spojitým zatížením  $q$ .

**Dáno:**

$b, h, q, E, J$

**Určete:**

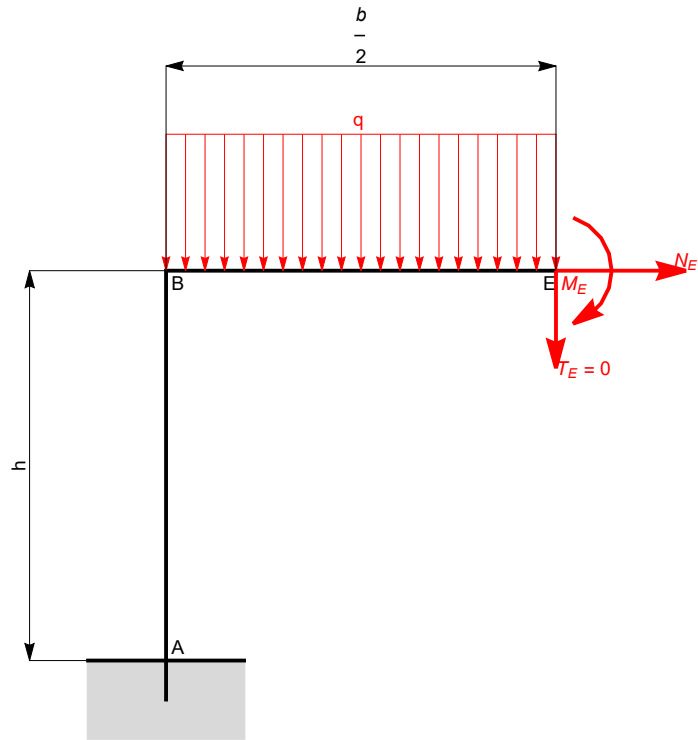
- reakce,
- průběh ohybového momentu (vztahy i graf),
- $M_{o\text{Max}}$

## Řešení

V tomto případě můžeme využít souměrnost dané konstrukce. Osou symetrie je svislá přímka, půlící úsečku AD. Budeme řešit jen jednu polovinu prutu.

Na bod na ose souměrnosti nesmíme zapomenout předepsat odpovídající vnitřní statické účinky a deformační rovnice. Víme také, že na ose souměrnosti je nulová posouvající síla.

Budeme proto řešit takovýto prut,

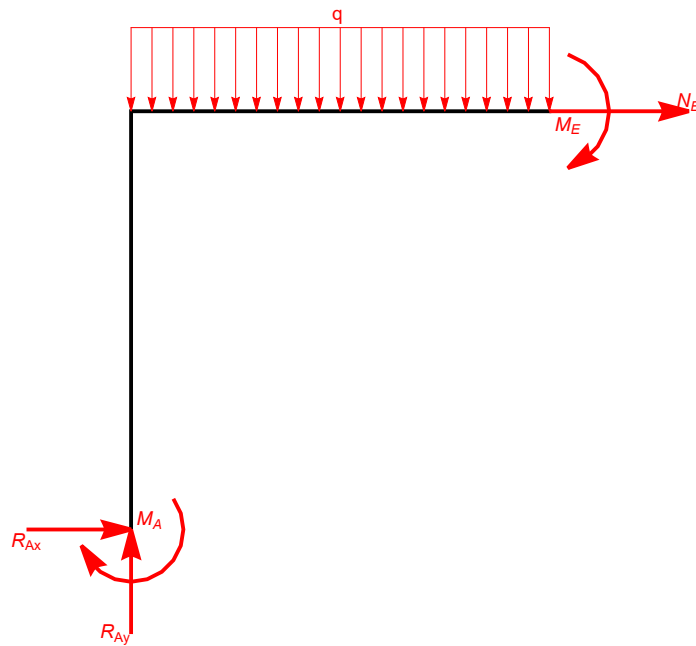


pro který platí tyto deformační rovnice.

$$u_E = \theta, \quad (1)$$

$$\varphi_E = \theta. \quad (2)$$

### Rovnice rovnováhy



$$R_{Ax} + N_E = 0 \quad (3)$$

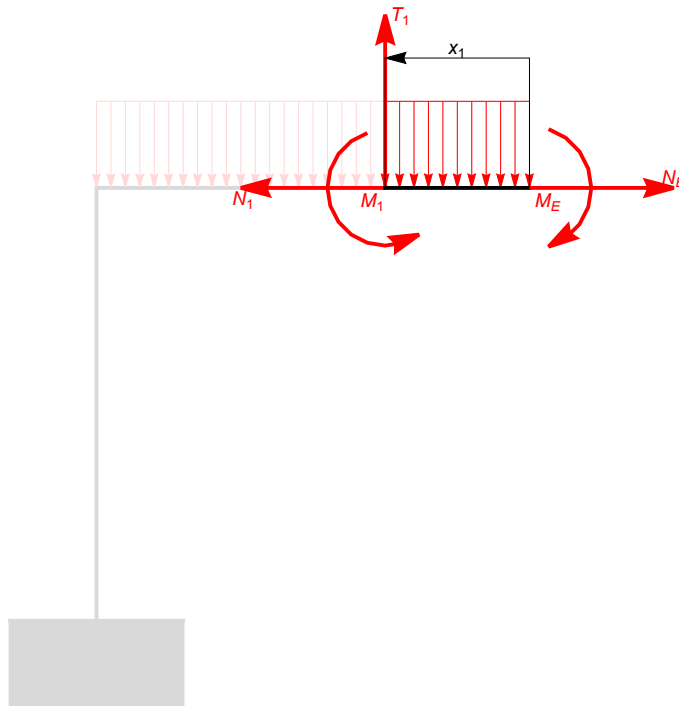
$$R_{Ay} - q \frac{b}{2} = 0 \quad (4)$$

$$M_A + q \frac{b}{2} \frac{b}{4} + M_E + N_E h = 0 \quad (5)$$

## Vnitřní ohybový moment

Prut rozdělíme na dva úseky a vyjádříme si vnitřní ohybový moment v každém z nich

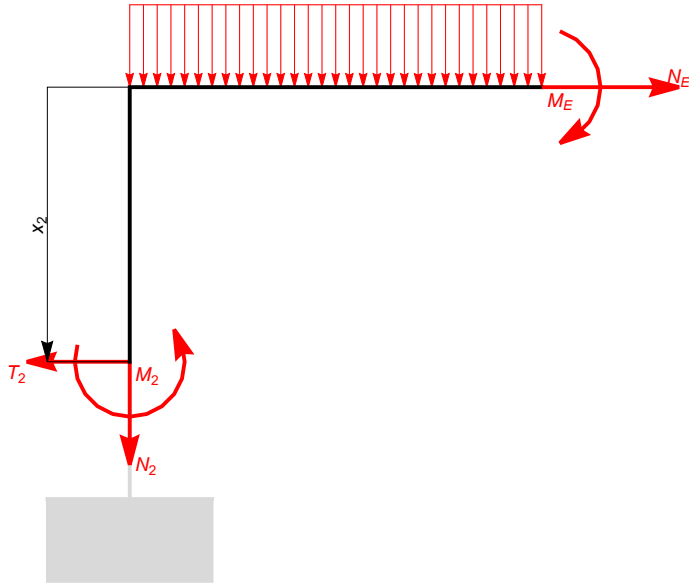
### První úsek



$$M_1 = M_E + \frac{q x_1^2}{2}, \quad (6)$$

$$x_1 \in \left\langle 0, \frac{b}{2} \right\rangle. \quad (7)$$

### Druhý úsek



$$M_2 = M_E + N_E x_2 + q \cdot \frac{b}{2} \cdot \frac{b}{4}, \quad (8)$$

$$x_2 \in \langle 0, h \rangle. \quad (9)$$

## Deformační energie

$$U = \int_0^{\frac{b}{2}} \frac{M_1^2}{2 \mathbb{E} J} dx_1 + \int_0^h \frac{M_2^2}{2 \mathbb{E} J} dx_2 \quad (10)$$

$$U = \frac{3b^4 q^2 (b + 10h) + 80 M_E (b^2 q (b + 6h) + 24 h^2 N_E) + 240 b^2 h^2 q N_E + 960 (b + 2h) M_E^2 + 640 h^3 N_E^2}{3840 \mathbb{E} J}. \quad (11)$$

## Deformační rovnice

$$u_E = \frac{\partial U}{\partial N_E} = 0, \quad (12)$$

$$\varphi_E = \frac{\partial U}{\partial M_E} = 0, \quad (13)$$

$$u_E = \frac{h(3b^2 q + 16h N_E + 24 M_E)}{\mathbb{E} J} = 0 \quad (14)$$

$$\varphi_E = \frac{b^2 q (b + 6h) + 24 (b + 2h) M_E + 24 h^2 N_E}{\mathbb{E} J} = 0 \quad (15)$$

## Soustava rovnic

$$R_{Ax} + N_E = 0 \quad (16)$$

$$R_{Ay} - \frac{bq}{2} = 0 \quad (17)$$

$$M_A + \frac{b^2 q}{8} + h N_E + M_E = 0 \quad (18)$$

$$\frac{h(3b^2 q + 16h N_E + 24 M_E)}{EJ} = 0 \quad (19)$$

$$\frac{b^2 q(b + 6h) + 24(b + 2h) M_E + 24h^2 N_E}{EJ} = 0 \quad (20)$$

## Řešení soustavy rovnic

$$R_{Ax} = \frac{b^3 q}{8bh + 4h^2} \quad (21)$$

$$R_{Ay} = \frac{bq}{2} \quad (22)$$

$$M_A = \frac{b^3 q}{12(2b + h)} \quad (23)$$

$$N_E = -\frac{b^3 q}{8bh + 4h^2} \quad (24)$$

$$M_E = -\frac{b^2 q(2b + 3h)}{24(2b + h)} \quad (25)$$

## Průběh ohybového momentu

Řekněme, že prut má rozměry

$$b = 3 \text{ m}, \quad (26)$$

$$h = 1 \text{ m}. \quad (27)$$

ohybový moment má pak tento průběh

