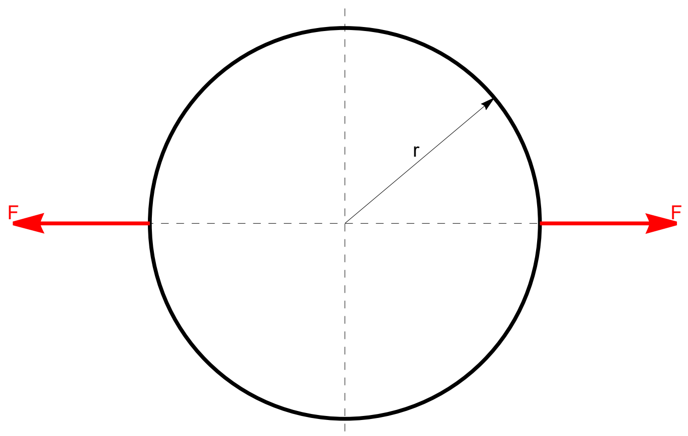
kruhový rám

Zadání



kruhový rám je namáhaný silami F podle obrázku

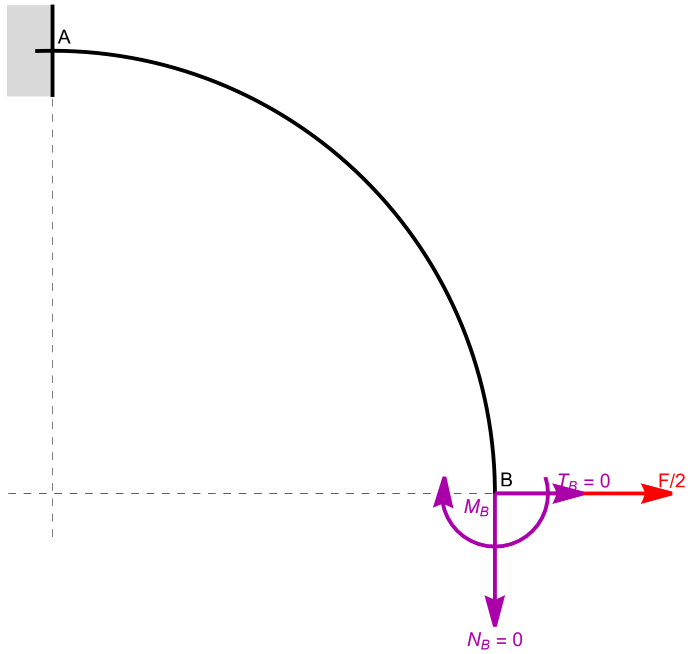
Dáno: F, r, E, J

Určete:

- Vnitřní ohybový moment - vztahy i graf
- Změnu vodorovného průměru kroužku
- Změnu svislého průměru kroužku

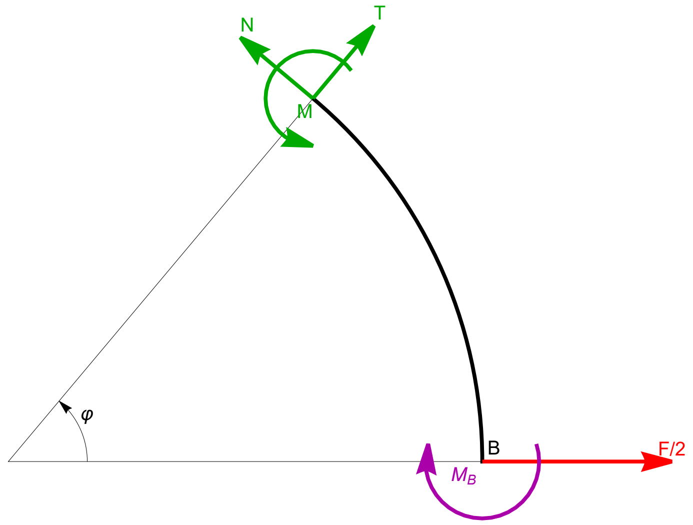
Řešení

S ohledem na symetrii zadání můžeme řešit pouze jednu čtvrtinu rámu s tím, žev místech řezu musíme předepsat příslušné vazby a deformační podmínky.



$$\varphi_B = 0. \tag{1}$$

Vnitřní ohybový moment



$$M = -\frac{1}{2} F r \operatorname{Sin}[\varphi] + M_B. \tag{2}$$

Deformační energie

Dosazením do obecného vztahu a integrací dostaneme pro deformační energii vztah

$$U = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{M^2 r}{2 \mathbb{E} J} \, d\varphi = \frac{r \left(F^2 \pi r^2 - 16 F r M_B + 8 \pi M_B^2\right)}{32 J \mathbb{E}}. \quad (3)$$

Deformační rovnice a její řešení

Deformační rovnici získáme pomocí Castigliánovy věty a bude mít tvar

$$\varphi_B = \frac{\partial U}{\partial M_B} = \frac{r \left(-F r + \pi M_B\right)}{2 J \mathbb{E}} = 0. \quad (4)$$

Jejím řešením snadno získáme hodnotu M_B:

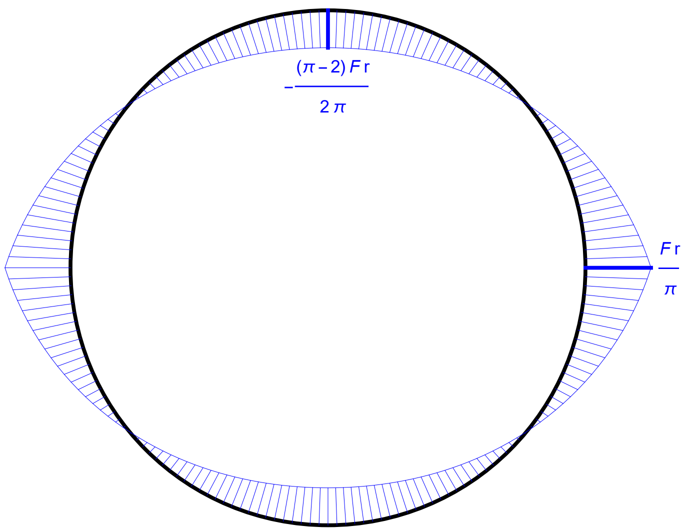
$$M_B = \frac{F r}{\pi}. \quad (5)$$

Průběh ohybového momentu

Dosazením M_B do vztahu pro moment dostaneme

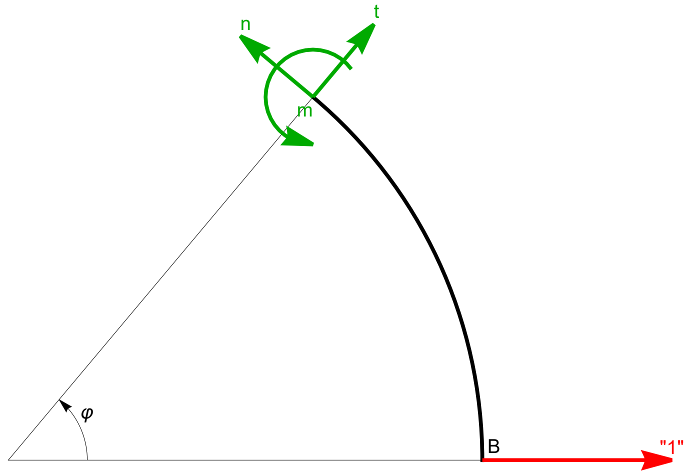
$$M = \frac{F r}{\pi} - \frac{1}{2} F r \operatorname{Sin}[\varphi]. \quad (6)$$

Průběh momentu podél kroužku má tento tvar



Změna vodorovného průměru Δ_{horizont}

Tuto změnu získáme jako dvojnásobek vodorovného posuvu bodu B. Popužijme-li např. Mohrův integrál, musíme stanovit ohybový moment *m* od jednotové vodorovné síly b vodě B:

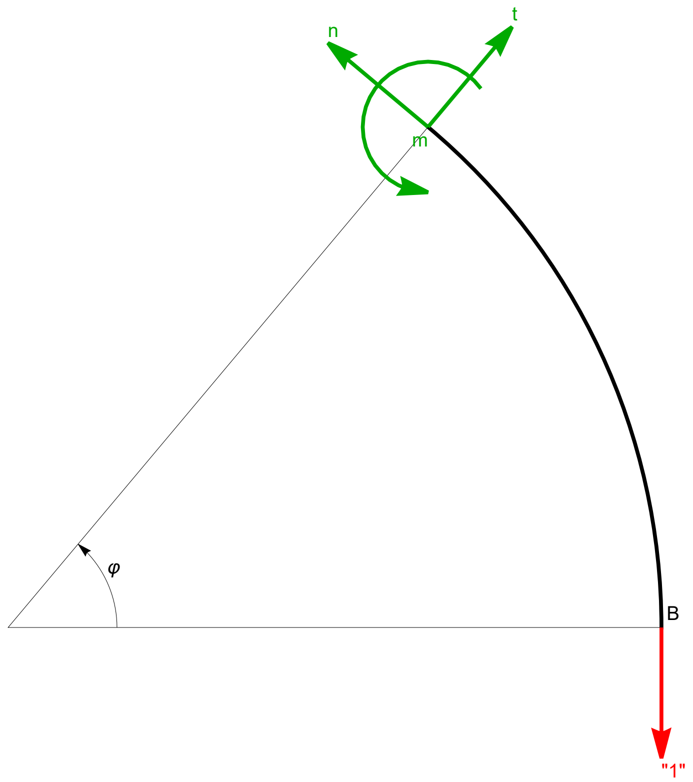


$$m = -1\, r\, \mathrm{Sin}[\varphi]. \tag{7}$$

$$\Delta_{\text{Horizont}} = 2\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{(M\, m)\, r}{\mathbb{E}\, J}\, d\varphi = \frac{F\left(-8+\pi^2\right) r^3}{4\, J\, \pi\, \mathbb{E}} \doteq \frac{0.148778\, F\, r^3}{J\, \mathbb{E}}. \tag{8}$$

Změna svislého průměru $\Delta_{vertikal}$

Tuto změnu získáme jako dvojnásobek svislého posuvu bodu B. Popužijme-li např. Mohrův integrál, musíme stanovit ohybový moment *m* od jednotové svislé síly b vodě B:



$$m = 1\, r\, (1 - \mathrm{Cos}[\varphi]) . \tag{9}$$

$$\Delta_{vertikal} = 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{(M\, m)\, r}{\mathbb{E}\, J}\, d\varphi = \frac{F\, (-4 + \pi)\, r^3}{2\, J\, \pi\, \mathbb{E}} \doteq -\frac{0.13662\, F\, r^3}{J\, \mathbb{E}} . \tag{10}$$