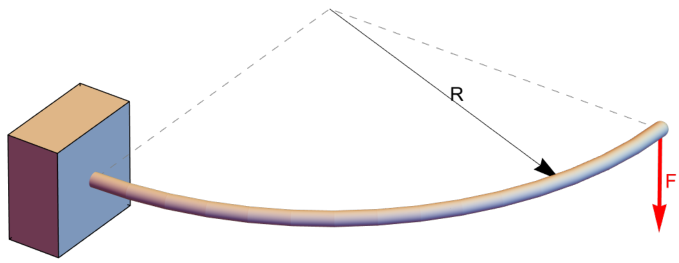
Čtvrtkroužek

Zadání



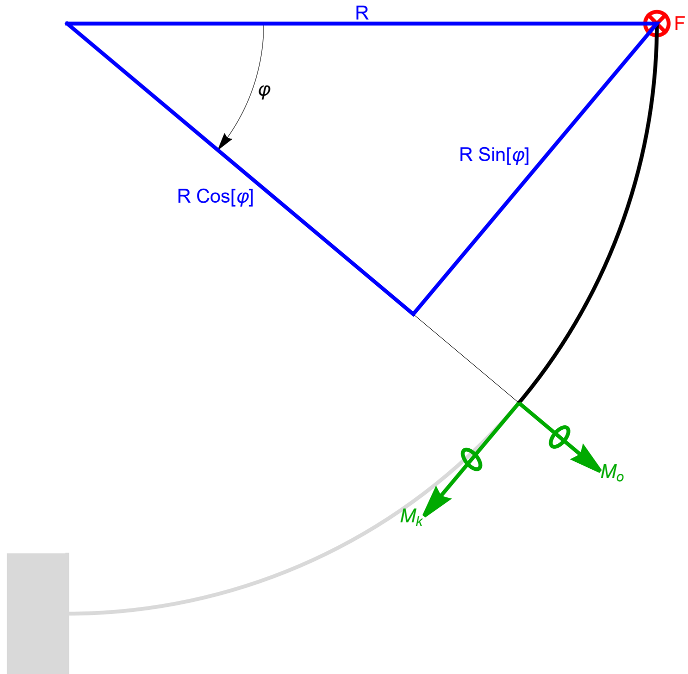
Drát o průměru *d* je ohnutý do tvaru čtvrtkružnice. Jeden konec je vetknutý a druhý zatížený silou F, která je kolmá k rovině, v níž je drát ohnutý.

Dáno: R, d, $\mathbb{E}$, μ, F

Určete: Posuv působiště síly ve směru síly

Řešení

Vnitřní momenty



$$M_o = F\,R\,\mathrm{Sin}[\varphi], \tag{1}$$

$$M_k = -F\,R\,(1 - \mathrm{Cos}[\varphi]). \tag{2}$$

Deformační energie

Se znalostí vnitřních momentů určíme deformační energii snadno pomocí známých vztahů

$$U = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{M_o^2\,R}{2\,\mathbb{E}\,J_o}\,d\varphi + \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{M_k^2\,R}{2\,G\,J_p}\,d\varphi = \frac{1}{8}\,F^2\,R^3\left(\frac{\pi}{\mathbb{E}\,J_o} + \frac{-8+3\,\pi}{G\,J_p}\right). \tag{3}$$

Za kvadratické momenty a za modul pružnosti ve smyku musíme dosadit vztahy známé z PP1:

$$J_o = \frac{\pi\,d^4}{64}, \tag{4}$$

$$J_p = \frac{\pi\,d^4}{32}, \tag{5}$$

$$G = \frac{\mathbb{E}}{2\cdot(1+\mu)}. \tag{6}$$

Deformační energie pak získá tvar

$$U = \frac{8 F^2 R^3 \left(-8 (1 + \mu) + \pi (4 + 3 \mu)\right)}{d^4 \pi \mathbb{E}}. \tag{7}$$

Deformace

Hledaný posuv získáme jako derivaci deformační energie podle síly F

$$\delta = \frac{\partial U}{\partial F} = \frac{16 F R^3 \left(-8 (1 + \mu) + \pi (4 + 3 \mu)\right)}{d^4 \pi \mathbb{E}}. \tag{8}$$