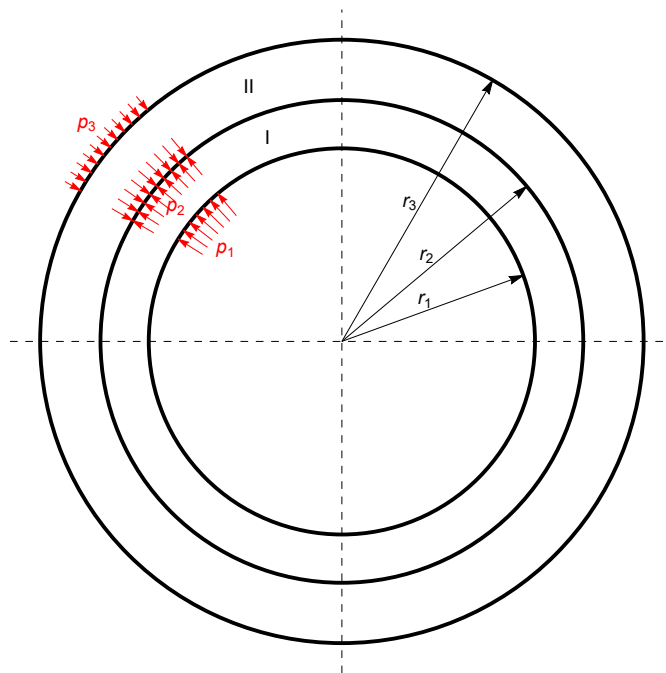


Nalisovaná silnostěnná válcová tlaková nádoba 1

Únosnost

Zadání



Silnostěnná nalisovaná válcová tlaková nádoba (viz obrázek) je zatížena vnitřním tlakem p_1 .

Určete: Maximální únosnost takové nádoby

Řešení

Největší přetlak přeneše nádoba tehdy, bude-li maximálně vytižená nádoba I i nádoba II. To znamená, že pro obě nádoby současně bude splněna pevnostní podmínka.

$$p_1 - p_2 = \frac{\sigma_D}{2} \left(1 - \left(\frac{r_1}{r_2} \right)^2 \right), \quad (1)$$

$$p_2 - p_3 = \frac{\sigma_D}{2} \left(1 - \left(\frac{r_2}{r_3} \right)^2 \right). \quad (2)$$

Obě rovnice sečteme a dostaneme

$$\Delta p = p_1 - p_3 = \frac{\sigma_D}{2} \left(2 - \left(\frac{r_1}{r_2} \right)^2 - \left(\frac{r_2}{r_3} \right)^2 \right). \quad (3)$$

Pokud si představíme, že máme dáno r_1 a r_3 , pak maximální přetlak, který nádoba vydrží, záleží na poloměru nalisování r_2 . To můžeme říct také tak, že Δp je funkcí r_2 . Chceme-li, aby nádoba vydržela co největší přetlak, musíme hledat maximum funkce Δp . Uděláme to tak, že provedeme derivaci Δp podle r_2 a položíme ji rovnu nule.

$$\frac{d\Delta p}{dr_2} = 0, \quad (4)$$

což po derivování dává tvar

$$\frac{\sigma_D}{2} (+2 r_1^2 r_2^{-3} - 2 r_2 r_3^{-2}) = 0, \quad (5)$$

neboli

$$2 r_1^2 r_2^{-3} = 2 r_2 r_3^{-2}. \quad (6)$$

Obě strany rovnice násobíme členem $r_2^3 r_3^2$ a dostaneme

$$r_1^2 r_2^{-3} r_2^3 r_3^2 = r_2 r_3^{-2} r_2^3 r_3^2. \quad (7)$$

neboli

$$r_2^4 = r_1^2 r_3^2. \quad (8)$$

Odsud pak

$$r_2 = \sqrt{r_1 r_3}. \quad (9)$$

Nalisovaná tlaková nádoba vydrží největší přetlak tehdy, když platí mezi poloměry r_1 , r_2 a r_3 vztah $r_2 = \sqrt{r_1 r_3}$.

A kolik tedy vlastně taková nalisovaná nádoba vydrží? To snadno zjistíme, pokud si vztah pro r_2 dosadíme do vztahu pro Δp . Dostáváme

$$\Delta p = \frac{\sigma_D}{2} \left(2 - \left(\frac{r_1}{\sqrt{r_1 r_3}} \right)^2 - \left(\frac{\sqrt{r_1 r_3}}{r_3} \right)^2 \right) \quad (10)$$

neboli

$$\Delta p = \frac{\sigma_D}{2} \left(2 - \frac{r_1^2}{r_1 r_3} - \frac{r_1 r_3}{r_3^2} \right) = \frac{\sigma_D}{2} \left(2 - \frac{r_1}{r_3} - \frac{r_1}{r_3} \right) \quad (11)$$

a tedy

$$\Delta p = \sigma_D \left(1 - \frac{r_1}{r_3} \right). \quad (12)$$

Příklad 1

Silnostěnná nádoba má vnitřní poloměr 90mm a vnější poloměr 160mm. Srovnajte únosnost obyčejné a nalisované nádoby s danými parametry.

Obyčejná nádoba

$$\Delta p_{\text{obyč}} = \left(\frac{1}{2} \sigma_D \left(1 - \left(\frac{r_1}{r_3} \right)^2 \right) \right) = 0.341797 \sigma_D. \quad (13)$$

Nalisovaná nádoba

$$r_2 = \sqrt{r_1 r_3} = 120 \text{ mm}. \quad (14)$$

$$\Delta p_{\text{nalis}} = \left(\sigma_D \left(1 - \frac{r_1}{r_3} \right) \right) = 0.4375 \sigma_D. \quad (15)$$

Poměr únosnosti nalisované a obyčejné nádoby

$$q = \frac{\Delta p_{\text{nalis}}}{\Delta p_{\text{obyč}}} = 1.28 \quad (16)$$

Příklad 2

Silnostěnná nádoba má vnitřní poloměr r_1 .

Určete poměr únosnosti nalisované a obyčejné tlakové nádoby v závislosti na poloměru r_3 .

Obyčejná nádoba

$$\Delta p_{\text{obyč}} = \frac{\sigma_D}{2} \left(1 - \left(\frac{r_1}{r_3} \right)^2 \right). \quad (17)$$

Nalisovaná nádoba

$$\Delta p_{\text{nalis}} = \sigma_D \left(1 - \frac{r_1}{r_3} \right). \quad (18)$$

Poměr únosnosti nalisované a obyčejné nádoby

$$q = \frac{\Delta p_{\text{nalis}}}{\Delta p_{\text{obyč}}} = \frac{\sigma_D \left(1 - \frac{r_1}{r_3}\right)}{\frac{1}{2} \sigma_D \left(1 - \left(\frac{r_1}{r_3}\right)^2\right)} = \frac{2 r_3}{r_1 + r_3} \quad (19)$$

Poměr tlaků, jak je unese nalisovaná a nenalisovaná nádoba
 Proporce nádoby pro některé případy

