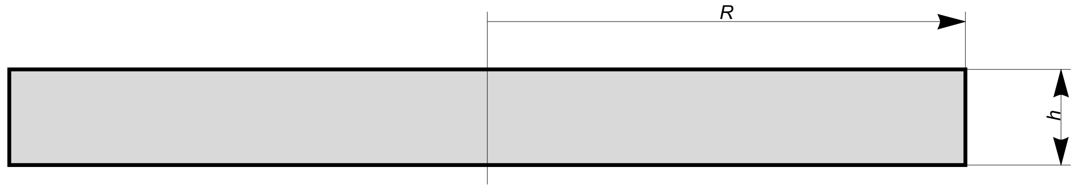
In[1]:=
```
ClearAll["Global`*"]
$Assumptions = R > 0 && x > 0 && μ > 0 && ρ > 0 && ω > 0;
```

Energie uložená v rotujícím setrvačníku v porovnání s benzínem

Napětí v setrvačníku

Setrvačník má tvar válce s poloměrem R a výškou h. Je z materiálu s hustotou ρ a dovoleným napětím σ_D.

Out[3]=



Zapíšeme vztahy pro napětí.

In[4]:=

$$\sigma_r = A - \frac{B}{x^2} - \frac{3+\mu}{8} \rho\, \omega^2 x^2;$$

$$\sigma_t = A + \frac{B}{x^2} - \frac{1+3\mu}{8} \rho\, \omega^2 x^2;$$

$$\sigma_a = 0;$$

Kotouč je bez otvoru a protože napětí uprostřed určitě neroste k ±∞, musí pro konstantu B platit B = 0. Na vnějším okraji bude nulové radiální napětí. Získáme tak hodnoty konstant A a B :

In[7]:=

```
op = {B == 0, (σr == 0) /. x → R};
```

In[8]:=

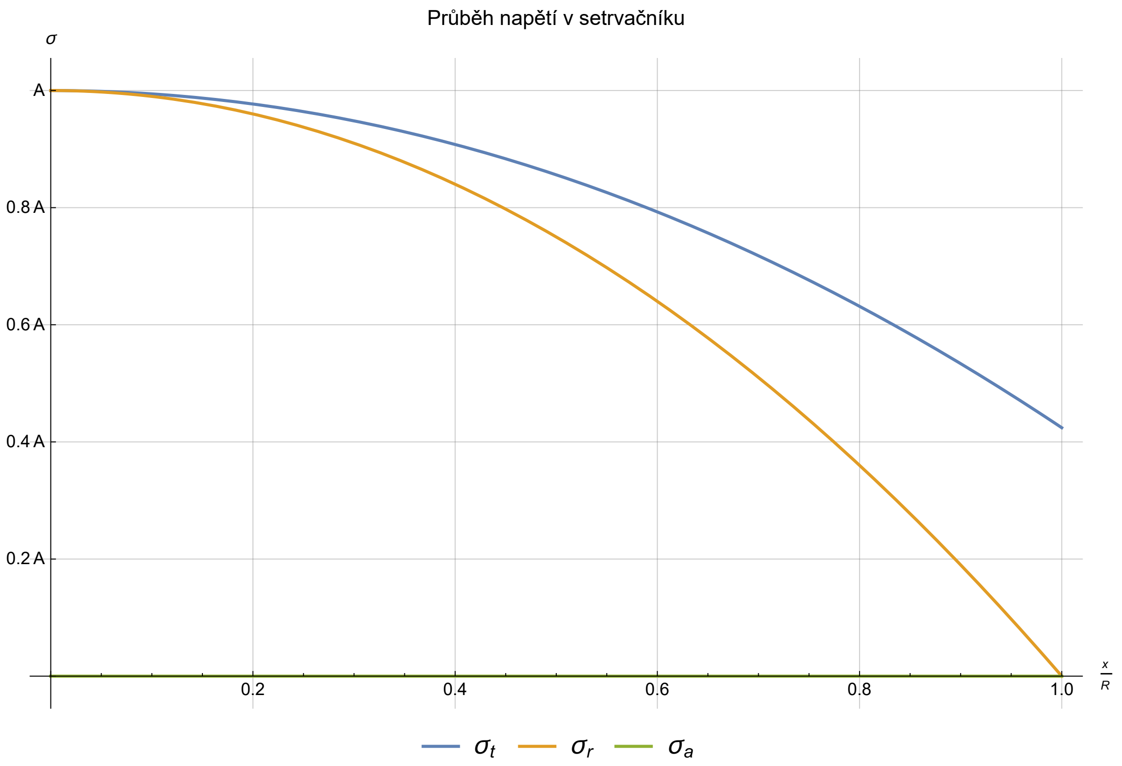
```
{A, B} = {A, B} /. Solve[op, {A, B}][[1]]
```

Out[8]=

$$\left\{\frac{1}{8} R^2 (3+\mu)\, \rho\, \omega^2,\ 0\right\}$$

Nyní můžeme nakreslit graf napětí

Out[12]=



Maximální ekvivalentní napětí je zjevně rovno konstantě A

In[13]:= $\sigma_{ekv} = A$

Out[13]= $\frac{1}{8} R^2 (3 + \mu) \rho \omega^2$

Energie uložená v rotujícím setrvačníku

Z pevnostní podmínky určíme dovolenou úhlovou rychlost. Dostaneme dva kořeny, které se liší pouze znaménkem a zvolíme ten kladný:

In[14]:= Solve[σ_{ekv} == σ_D, ω]

Out[14]= $\left\{\left\{\omega \to -\frac{2\sqrt{2}\sqrt{\sigma_D}}{\sqrt{3 R^2 \rho + R^2 \mu \rho}}\right\}, \left\{\omega \to \frac{2\sqrt{2}\sqrt{\sigma_D}}{\sqrt{3 R^2 \rho + R^2 \mu \rho}}\right\}\right\}$

In[15]:= ω_D = ω /. %[[2]]

Out[15]= $\frac{2\sqrt{2}\sqrt{\sigma_D}}{\sqrt{3 R^2 \rho + R^2 \mu \rho}}$

Kinetická energie uložená v rotujícím tělese je rovna

In[16]:= $W = \frac{1}{2} J \omega^2$

Out[16]= $\frac{J \omega^2}{2}$

kde J je moment setrvačnosti. Pro válcový setrvačník má hodnotu

In[17]:= $J = \frac{1}{2} m R^2;$

Dosadíme ještě za hmotnost

In[18]:= $m = \pi R^2 h\ \rho;$

a když za ω dosadíme dovolenou úhlovou rychlost ω_D, získáme maximální energii, kterou je možné uložit do setrvačníku.

In[19]:= `W_D = W /. ω → ω_D // Simplify`

Out[19]= $\frac{2 h \pi R^2 \sigma_D}{3 + \mu}$

Chemická energie uložená v benzínu

Energie uložená v benzínu určitého objemu je rovna součinu objemu a měrné energie

In[20]:= $W_b = \pi R^2 h \Lambda;$

Z této energie však prakticky zužitkujeme jen část, kterou určuje účinnost spalovacího motoru η.

Poměr energie setrvačníku a benzínu

Poměr energie uložené v setrvačníku a prakticky využitelné energie benzínu o stejném objemu tedy je

In[21]:= $pomer = \frac{W_D}{\eta W_b}$

Out[21]= $\frac{2 \sigma_D}{\eta \Lambda (3 + \mu)}$

Vyčíslení

Zvolme si nějaká realistická čísla. Energetická hustota benzínu je $32 \frac{MJ}{l}$ (jak zjistíme např. na Wikipedii), účinnost spalovacího motoru je zhruba 0,3. Dovolené napětí zvolme např. 200 MPa.

In[22]:= $cisla = \{\sigma_D \to \text{Quantity}[200, \text{"Megapascals"}], \Lambda \to \text{Quantity}\left[32 \times 10^6, \frac{\text{"Joules"}}{\text{"Liters"}}\right], \mu \to 0.3, \eta \to 0.3\};$

In[23]:= `pomer /. cisla`

Out[23]= 0.0126263

Poměr energie v setrvačníku a v benzínu pak vychází vysoce ve prospěch benzínu a setrvačníkomobilů se tak asi nedočkáme.