Def. (**Relace ekvivalence**) Relaci R v množině M nazýváme relaci ekvivalence, právě tehdy když je R reflexivní, symetrická a tranzitivní.

Def. (**Rozklad množiny)** Nechť je dána množina M. Rozkladem množiny M rozumíme systém podmnožin $M_1, M_2, M_3, \dots\ M_i$ (značíme $S = \{M_i\}$), který splňuje vlastnosti:

- $\forall i \in I;\ M_i \neq \emptyset$, (žádná z množin rozkladu není prázdná)
- $\forall i \in I; M_i \subset M$, (každá z množin rozkladu je podmnožinou původní množiny M)
- $\bigcup_{i=1}^{n} M_i = M$, (sjednocením všech množin rozkladu získáme původní množinu M)
- $\forall i, j \in I; i \neq j \Rightarrow M_i \cap M_j = \emptyset$. (každé dvě různé množiny rozkladu mají prázdný průnik)

Množiny M_i se nazývají bloky (třídy) rozkladu množiny M.

Každá relace ekvivalence R definovaná na množině M vytváří rozklad této množiny podle pravidel pro rozklad. A ke každému rozkladu množiny M přísluší nějaká relace ekvivalence R.

a často se nevyužívá).

Příklad:
V množině $A = 25\ žáků\ jedné\ třídy$ je dána relace:

$R: \{(x; y) \in A; xRy \Leftrightarrow\ x\ má\ stejnou\ známku\ z\ písemky\ z\ matematiky\ jako\ y\}$

Určete, zda jde o relaci ekvivalence.

- **Reflexivní ano**, protože každý žák má stejnou známku jako on sám (každý žák je sám se sebou v relaci),
- **symetrická ano**, protože jestliže jsou v relaci Adam a Eva (mají stejnou známku z písemky), pak jsou v relaci i Eva a Adam (mají stejnou známku z písemky),
- **tranzitivní ano**, protože jestliže jsou v relaci Adam a Eva (mají stejnou známku z písemky) a zároveň je Eva v relaci s Tomášem (mají stejnou známku z písemky), pak jsou v relaci i Adam a Tomáš (protože také mají stejnou známku z písemky).

Za předpokladu, že se ve třídě z písemky vyskytují všechny známky (tedy 1, 2, …, 5), bude systém množin $S = \{A_i\}$ tvořit pět bloků $S = \{A_1, A_2, A_3, A_4, A_5\}$. V každém bloku budou začleněni žáci, kteří mají stejnou známku z písemky z matematiky v A_1 ti, kteří získali jedničku, v A_2 ti, kteří získali dvojku atp. (Pokud by nikdo z písemky nezískal např. 5, pak by sytém tvořily pouze čtyři bloky $S = \{A_1, A_2, A_3, A_4\}$ atp.)

Relace uspořádání

Def. (**Uspořádání)** Relace R ($\preceq$) na množině M se nazývá (neostré) **uspořádání**, jestliže je reflexivní, antisymetrická a tranzitivní.

Def. (**Ostré uspořádání**) Relace R ($\prec$) na množině M se nazývá **ostré uspořádání**, jestliže je antireflexivní, antisymetrická a tranzitivní.

Def. (**Lineární neostré uspořádání**) Relace R ($\leq$) na množině M se nazývá **lineární neostré uspořádání**, jestliže je reflexivní, antisymetrická, tranzitivní a souvislá.

Def. (**Lineární ostré uspořádání**) Relace R ($\prec$) na množině M se nazývá **lineární ostré uspořádání**, jestliže je antireflexivní, antisymetrická, tranzitivní a souvislá.

Poznámka:

- Na číselných množinách používáme pro znak uspořádání symboly $<$; $\leq$.
- Množina M, na které je definována relace uspořádání se nazývá uspořádaná množina.

Příklady relací ve školské matematice

- rovnost, nerovnost čísel
- různé možnosti uspořádání konkrétních množin (žáků ve třídě podle věku, výšky, abecedy...)
- shodnosti a podobnosti trojúhelníků
- rovnoběžnost, různoběžnost, kolmost přímek v rovině