Dělitelnost 3(9)

$$a = c_0 + c_1 \cdot 10 + c_2 \cdot 10^2 + \dots + c_n \cdot 10^n$$

lze obecně dokázat, že

$$10^k = 3 \cdot x_k + 1 \quad , k \in N, k \neq 0$$

$10 = 3 \cdot 3 + 1$; $10 = 1 \cdot 9 + 1$
$100 = 3 \cdot 33 + 1$; $100 = 10 \cdot 9 + 1$

tedy

$$a = (c_0 + c_1 \cdot (\overset{9}{3} x_1 + 1) + c_2 \cdot (\overset{9}{3} x_2 + 1) + \dots + c_n (\overset{9}{3} x_n + 1)$$

$$a = (c_0 + c_1 + \dots + c_n) + \overset{9}{3} \cdot (\underbrace{c_1 x_1 + c_2 x_2 + \dots + c_n x_n}_{q})$$

$$a = (\underbrace{c_0 + c_1 + \dots + c_n}_{\text{ciferný součet}}) + \overset{9}{3} \cdot q$$

číslo $\underline{a}$ je dělitelné 3(9), je-li ciferný součet dělitelný 3(9)

Dělitelnost 11

$10 = 11 \cdot 1 - 1$; $10^2 = 11 \cdot 9 + 1$; $10^3 = 11 \cdot 91 - 1$ ... $10^k = 11 \cdot x_k - 1$ k-liché
$= 11 \cdot x_k + 1$ k-sudé

$$a = c_0 + c_1 (11 x_1 - 1) + c_2 (11 x_2 + 1) + c_3 (11 x_3 - 1) + \dots + c_n (11 x_n + (-1)^n)$$

$$a = (\underbrace{c_0 + c_2 + c_4 + \dots}_{\text{cif. součet na sudých řádech}}) - (\underbrace{c_1 + c_3 + c_5 \dots}_{\text{cif. součet na lichých řádech}}) + \underbrace{11 \cdot (c_1 x_1 + \dots c_n x_n)}_{\text{dělitelné 11}}$$

Číslo $\underline{a}$ je dělitelné $\underline{11}$, je-li dělitelný součet cifer sudých řádů zmenšený o součet cifer na lichých řádech