

Matematika I (KMD/MA1) - cvičení 14

FAKULTA STROJNÍ (akad. rok 2019/2020 a vyšší)

Příklad 1. Určete obsah rovinné plochy ohraničené křivkami:

- a) $y = 0, x = -1, y = x^2,$ [1/3]
b) $y = 4 - x^2, y = 0,$ [32/3]
c) $yx = 1, x = 1, x = 3, y = 0,$ [ln 3]
d) $y^2 = 2x + 1, x - y - 1 = 0,$ [16/3]
e) $y(1 + x^2) = 1, y = \frac{x^2}{2},$ $\left[\frac{\pi}{2} - \frac{1}{3}\right]$
f) $y = -x^2 + 4x - 2, x + y = 2,$ [9/2]
g) $y = \arcsin x, x = 0, x = 1,$ $\left[\frac{\pi}{2} - 1\right]$
h) $y = x \sin x, y = 0, x \in \langle 0; \pi \rangle,$ [π]
i) $x = \frac{4}{y}, y = 1, y = 4, x = 0,$ [6]
j) $y^2 = x, y = x^2$ [1/3]
k) $y = x^2 - x - 6, y = -x^2 + 5x + 14,$ [343/3]
l) $yx = 4, x + y = 5,$ $\left[\frac{15}{2} - 8 \ln 2\right]$
m) $y = x^3 + x^2 - 6x, y = 0, x \in \langle -3; 3 \rangle,$ [18]
n) $4x^2 + 9y^2 = 36,$ [6 π]
o) $x^2 + y^2 = 16, y^2 = 6x, x \geq 0.$ $\left[\frac{4}{3}(\sqrt{3} + 4\pi)\right]$

Příklad 2. Určete délku oblouku rovinné křivky:

- a) $y = \sqrt{x - x^2} - \arcsin \sqrt{x}, x \in \langle 0; 1 \rangle,$ [2]
b) $x = t - \sin t, y = 1 - \cos t, t \in \langle 0; \pi \rangle,$ [8]
c) $x = \cos^3 t, y = \sin^3 t, t \in \langle 0; \pi \rangle,$ [6]
d) $y = \ln(\sin x), x \in \left\langle \frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{2} \right\rangle.$ $\left[\frac{1}{2} \ln 3\right]$

Příklad 3. Určete objem tělesa, které vznikne rotací rovinného obrazce O kolem osy x , je-li:

- a) $O : xy = 4, x = 1, ; x = 4, y = 0,$ [12 π]
b) $O : y = -x^2 + 1, y = -2x^2 + 2,$ [16 π /15]
c) $O : y = \frac{1}{1 + x^2}, x = -1, x = 1,$ $\left[\frac{\pi}{4}(\pi + 2)\right]$
d) $O : y = \sin x, x \in \langle 0; \pi \rangle,$ [π^2 /2]
e) $O : y^2 = x, y = x^2, y = 0.$ [3 π /10]

Příklad 4. Určete obsah pláště tělesa, které vznikne rotací rovinného obrazce O kolem osy x , je-li:

- a) $O : y^2 = 4x, y \geq 0, x = 3,$ [56 π /3]
b) $O : y = 4 + x, x \in \langle -4; 2 \rangle,$ $\left[36\sqrt{2}\pi\right]$
c) $O : (y - 1)^2 + x^2 = 1$ [4 π^2]