

ZÁVISLOST ODPORU KOVŮ A POLOVODIČŮ NA TEPLOTĚ

Elektrický odpor kovu nebo polovodiče je konstantní pouze tehdy, jestliže se jeho teplota nemění. Se změnou odporu s teplotou je třeba počítat při konstrukci elektrických a elektronických zařízení. Odpor polovodičů závisí daleko výrazněji na teplotě, než odpor kovů. Této jejich vlastnosti je možné využít například k měření teploty. Polovodičové prvky, jejichž odpor se s teplotou prudce mění, se nazývají **termistory**. Jsou většinou vyráběny z oxidů kovů spékaných pod tlakem za vysoké teploty.

Základní vztahy:

Elektrický proud vzniká při uspořádaném pohybu elektrických nábojů, k němuž dochází působením elektrického pole. V kovových vodičích se jedná o pohyb volných elektronů, v elektrolytech o pohyb iontů a v polovodičích o pohyb elektronů a děr.

Hustota j [$A \cdot m^{-2}$] elektrického proudu (definovaná jako podíl proudu I [A] a kolmého průřezu S [m^2] vodiče, kterým proud I protéká), souvisí s intenzitou E [$V \cdot m^{-1}$] působícího elektrického pole vztahem (Ohmův zákon v diferenciálním tvaru)

$$j = \gamma E, \quad (1)$$

kde γ [$S \cdot m^{-1}$] je konduktivita, její převrácená hodnota $\rho = 1/\gamma$ rezistivita. U kovů leží hodnota rezistivity v rozmezí $10^{-8} \div 10^{-6} \Omega \cdot m$, u polovodičů $10^{-5} \div 10^6 \Omega \cdot m$ a u izolátorů $10^7 \div 10^{19} \Omega \cdot m$. Vodivost, tedy i rezistivita a celkový elektrický odpor R [Ω] materiálu závisí na teplotě. Tuto závislost kvantifikuje tak zvaný teplotní součinitel elektrického odporu látky α , který je definován jako podíl poměrné změny $\Delta R/R_0$ elektrického odporu R_0 tělesa z této látky a příslušného rozdílu teplot ΔT , jemuž poměrná změna elektrického odporu odpovídá

$$\alpha = \frac{1}{R_0} \frac{\Delta R}{\Delta T}, \quad (2)$$

závislost elektrického odporu na teplotě pokládáme přitom v intervalu ΔT za lineární. Jednotkou teplotního součinitele odporu je 1 reciproký kelvin = $1 K^{-1}$.

Pokud nelze považovat teplotní závislost odporu za lineární, přejde definice (2) ve vztah

$$\alpha_T = \frac{1}{R} \frac{dR}{dT}, \quad (3)$$

teplotní součinitel není konstantní, ale je funkcí teploty.

a) Konduktivita γ_K souvisí s mikroskopickými vlastnostmi **kovu** vztahem

$$\gamma_K = b_e e n_e, \quad (4)$$

kde b_e je pohyblivost elektronu, která je přímo úměrná střední době mezi srážkami elektronu s ionty krystalové mřížky kovu [iv], e – náboj elektronu a n_e – koncentrace volných elektronů (počet volných elektronů v jednotce objemu materiálu). Se zvyšující se teplotou roste amplituda teplotních kmitů iontů kolem rovnovážných poloh a tím se zvětšuje pravděpodobnost srážky elektronu s těmito ionty. Zkracuje se střední doba mezi srážkami a v důsledku toho klesá vodivost. Odpor kovu s teplotou roste ($dR/dT > 0$) a to přibližně lineárně. Požijeme vztah (2) a závislost odporu kovu na teplotě vyjádříme vztahem

$$R_t = R_0 (1 + \alpha \cdot t), \quad (5)$$

kde R_t (R_0) je odpor vodiče při teplotě t [$^{\circ}\text{C}$] (0 $^{\circ}\text{C}$), α - střední teplotní součinitel elektrického odporu v teplotním intervalu $\langle 0; t \rangle$ $^{\circ}\text{C}$.

b) Analogicky vztahu (4) platí pro konduktivitu γ_p **polovodiče**

$$\gamma_p = e n_i (b_e + b_d), \quad (6)$$

kde b_e a b_d jsou pohyblivosti nositelů náboje (elektronů a děr), v případě vlastního polovodiče

$n_i = n_e = n_d$, n_e a n_d jsou koncentrace elektronů a děr. Koncentrace n_i nositelů náboje v polovodiči prudce roste s teplotou T [K] [iv]

$$n_i = C \cdot \exp [-E_g/(2k_B T)], \quad (7)$$

C je slabě teplotně závislá konstanta, E_g [J] - šířka zakázaného pásu polovodiče, k_B - Boltzmannova konstanta.

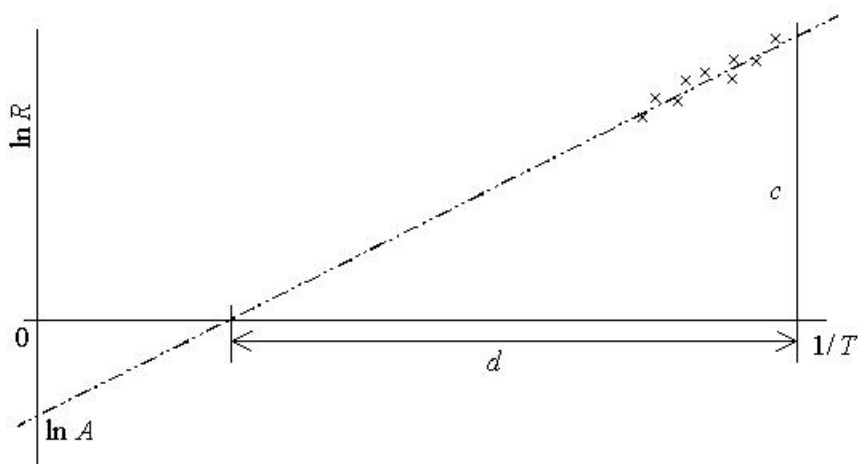
V úzkém rozmezí teplot můžeme pohyblivost nositelů považovat za konstantní a podle vztahů (6)

a (7) poroste vodivost polovodiče rovněž exponenciálně s teplotou. Pro odpor polovodiče pak vyplývá vztah

$$R(T) = A \cdot \exp [E_g/(2k_B T)] = A \cdot \exp (B/T), \quad (8)$$

kdy A [Ω] a B [K] jsou (přibližně) konstanty, charakterizující daný polovodič. Odpor polovodiče s rostoucí teplotou klesá ($dR/dT < 0$), teplotní součinitel odporu (při dané teplotě T) je podle (3) roven

$$\alpha_T = -B/T^2. \quad (9)$$



Obr. 1 : Grafické určení konstant termistoru

Logaritmováním vztahu (8) dostaneme lineární závislost přirozeného logaritmu odporu na reciproké absolutní teplotě

$$\ln R = \ln A + B/T. \quad (10)$$

Porovnáme-li vztah (10) se směrnicovým tvarem rovnice přímky $y = kx + q$, můžeme z grafu extrapolací přímo určit $\ln A = q$ (úsek na ose y) a $B = k$ (směrnice přímky $k = c/d$) (viz obr. 1).

Po odlogaritmování platí:

$A = e^q$, kde e je základ přirozených logaritmů.

Pracovní úkol:

1. Změřte teplotní závislosti odporu kovu a termistoru v intervalu teplot $15\text{ °C} \div 80\text{ °C}$. Obě závislosti znázorněte graficky.
2. Určete teplotní součinitel odporu kovu a početně i graficky velikost jeho elektrického odporu při teplotě 0 °C .
3. Stanovte početně i graficky charakteristické konstanty termistoru a vypočítejte hodnoty teplotního součinitele odporu pro dvě odlišné teploty.

Potřeby: digitální multimetr, teploměr (analogový či digitální), ohřívací lázeň s míchačkou, přípravek s kovovým vodičem a termistorem, vodiče.

Pokyny k měření a jeho zpracování:

- 1) Přípravek s termistorem a kovovým drátem zahříváte ve vodní lázni.
- 2) Elektrický odpor obou prvků měřte multimetrem, první měření provedte před ohřevem lázně.
- 3) Teplotu přípravku zvyšujte pomalým zahříváním („precise“). Návod na ovládání aparatury je v laboratoři. Zvyšování teploty nastavujte po 5 °C . Teplotu odečítejte po 1 °C pro oba materiály současně. Měřte v rozsahu $15 - 80\text{ °C}$. Do připravené tabulky postupně zapisujte teploty a jim příslušné hodnoty odporů obou prvků.
- 4) Střední teplotní součinitel elektrického odporu **kovu** a odpor R_0 při teplotě 0 °C určíme ze změřené závislosti (5) lineární regresí. Odpor R_0 stanovíme též graficky, a to extrapolací grafu $R = R(t)$ k teplotě $t = 0\text{ °C}$. Vypočtený teplotní součinitel odporu pro daný materiál porovnáme s údajem v tabulkách.
- 5) Závislost $R = R(t)$ pro **termistor** vyneseme do grafu.
- 6) Teploty $t\text{ [°C]}$ převedeme na absolutní teploty $T\text{ [K]}$ a vypočteme reciproké teploty $1/T\text{ [K}^{-1}\text{]}$; naměřené hodnoty odporu R termistoru zlogaritmujeme a sestojíme graf závislosti $\ln R = f(1/T)$, který graficky vyrovnáme.
- 7) Charakteristické konstanty A a B termistoru určíme jednak orientačně graficky (viz obr. II – 22), jednak početně ze vztahu (10) z koeficientů lineární regrese¹.
- 8) Teplotní součinitele odporu termistoru vypočteme ze vztahu (9) pro dvě různé teploty.
- 9) Odhadneme přesnosti dosažených výsledků.
- 10) Do přehledné tabulky soustředíme všechny hodnoty (včetně chyb a výběrových korelačních koeficientů) získané jak početně, tak graficky pro kov i termistor.

Kontrolní otázky:

- 📖 Naleznete si ve fyzikálních tabulkách hodnoty teplotního součinitele odporu pro některé materiály.
- 📖 Jaký je fyzikální význam konstant A a B termistoru?
- 📖 Jak souvisí chyby konstant A , B s nalezenými chybami regresních koeficientů k , q ?

Literatura:

- [i] KOPAL, A., ERHART, J., ČMELÍK, M., MACHONSKÝ, L. *FYZIKA II*. Liberec: TUL, 2008.
- [ii] BROŽ, J. a kol. *Základy fyzikálních měření (I)*. Praha: SPN, 1983.

¹ Pokud máme k dispozici program pro exponenciální regresí, určíme konstanty A a B regresí závislosti $R = f(1/T)$ dle rovnice (8).

[iii] BONČ-BRUJEVIČ, V.P., KALAŠNIKOV, S.G. *Fizika poluprovodnikov*. Moskva: Nauka, 1977.

[iv] KITTEL, Ch. *Úvod do fyziky pevných látek*. Praha: Academia, 1985.

Autoři textu: Mgr. Lubor Machonský, CSc.