

# Měření dielektrické konstanty

## Úkol

Pomocí deskového kondenzátoru proměřte závislost indukovaného náboje  $Q$  a aplikovaného napětí. Pomocí naměřených hodnot určete hodnotu permitivity vakua  $\epsilon_0$ . Pro různé hodnoty vzdálenosti mezi deskami změřte náboj deskového kondenzátoru pro konstantní napětí. Pro různá pevná dielektrika určete jejich dielektrickou konstantu  $\epsilon$ .

## 1 Teoretická část

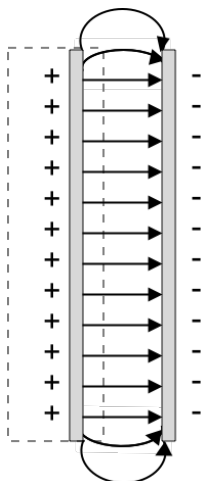
Elektrostatické procesy ve vakuu (a s dobrou mírou aproximace ve vzduchu) jsou popsány následujícím integrálním tvarem Maxwellových rovnic, kterému se také říká Gaussův zákon elektrostatiky:

$$\iint \vec{E} d\vec{S} = \frac{Q}{\epsilon_0} \quad (1)$$

kde  $\vec{E}$  značí intenzitu elektrického pole,  $Q$  je celkový náboj uzavřený plochou  $S$  tvořící hranici tělesa,  $\epsilon_0$  je dielektrická konstanta (permitivita vakua). Pokud přivedeme napětí  $U_c$  mezi desky kondenzátoru, pak se mezi nimi vytvoří elektrické pole  $\vec{E}$ , které je definováno:

$$U_c = \int_1^2 \vec{E} d\vec{r} \quad (2)$$

Vlivem elektrického pole jsou elektrostatické náboje opačného znaménka přitahovány k deskám kondenzátoru. Protože zdroje napětí náboje nevytvářejí, ale mohou je pouze oddělovat, absolutní hodnoty indukovaných nábojů musí zůstat stejné. Předpokládejme, že siločáry elektrického pole jsou vždy kolmé k desce kondenzátoru. Toto lze experimentálně ověřit pro malé vzdálenosti  $d$  mezi deskami kondenzátoru (viz obr 1).



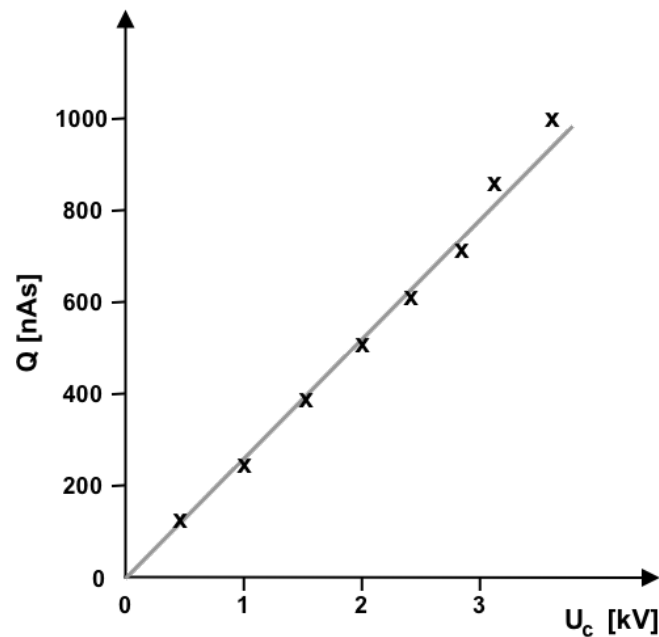
Obrázek 1: Elektrické pole deskového kondenzátoru s malou vzdáleností mezi deskami v porovnání s jejich plochou. Přerušované čáry označují integrační objem.

Jako integrační objem byl vzat objem znázorněn na obrázku 1, který zahrnuje pouze jednu desku kondenzátoru. Protože povrch uvnitř kondenzátoru může být posunut, aniž by se změnil tok, je pole kondenzátoru homogenní. Tok i elektrické pole  $\vec{E}$  vně kondenzátoru jsou nulové, protože pro libovolný objem, který uzavírá obě desky kondenzátoru, je celkový uzavřený náboj nulový.

Náboj kondenzátoru  $Q$  je tedy úměrný napětí; konstanta úměrnosti  $C$  se nazývá kapacita kondenzátoru.

$$Q = CU_c = \varepsilon_0 \frac{S}{d} \cdot U_c \quad (3)$$

Lineární závislost mezi nábojem a napětím přivedeným na jinak nezměněný kondenzátor je znázorněna na obr. 2.



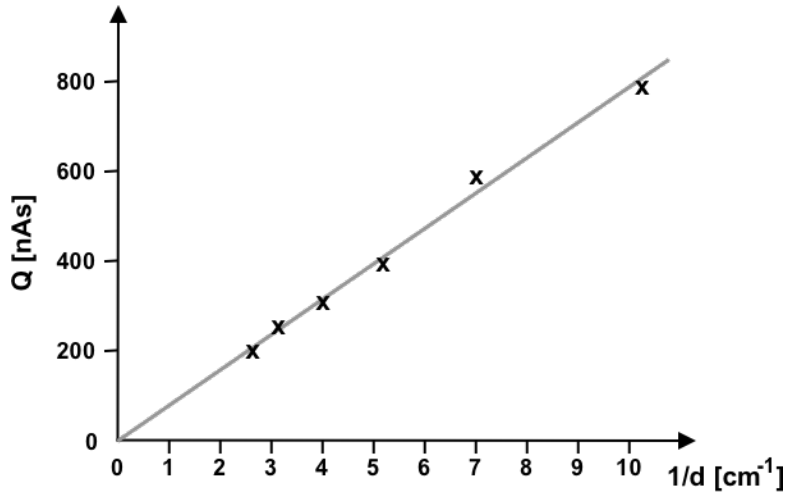
Obrázek 2: Elektrostatický náboj  $Q$  na povrchu deskového kondenzátoru jako funkce aplikovaného napětí  $U_c$  ( $d = 0.2\text{cm}$ ).

Z rovnice (3) dále vyplývá, že kapacita kondenzátoru je nepřímo úměrná vzdálenosti mezi deskami.

$$Q = \varepsilon \cdot \varepsilon_0 \frac{S}{d} \cdot U_c \quad (4)$$

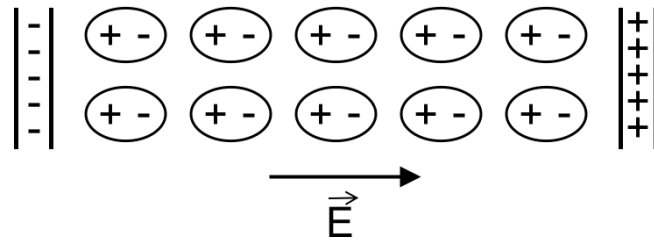
Vzdálenost mezi dvěma deskami je pro konstantní napětí nepřímo úměrná množství náboje, které kondenzátor pojme (viz obr. 3). Při znalosti  $d, S, Q, U_c$  Je možné dle následujícího vztahu vypočítat dielektrickou konstantu  $\varepsilon_0$ :

$$\varepsilon_0 = \frac{d}{S} \cdot \frac{Q}{U_c} \quad (5)$$



Obrázek 3: Elektrostatický náboj  $Q$  na povrchu deskového kondenzátoru jako funkce inverzní hodnoty vzdálenosti mezi deskami kondenzátoru. ( $U_c = 1.5kV$ ).

Rovnice (3), (4) a (5) platí pouze přibližně, neboť předpokládáme, že siločáry jsou rovnoběžné. Při velkých vzdálenostech již aproximace homogenního pole dostatečně nefunguje, což zase systematicky vede k velké elektrické konstantě z rovnice (5). Proto je třeba hodnotu elektrické konstanty určit pro malou a konstantní vzdálenost mezi deskami (viz obr. 1).



Obrázek 4: Vznik volných nábojů v dielektriku polarizací molekul v elektrickém poli deskového kondenzátoru.

Situace se změní, jakmile se mezi desky vloží izolační materiál (dielektrikum). Dielektrika nemají volně pohyblivé nosiče náboje jako kovy, ale mají kladná jádra a záporné elektrony. Ty mohou být uspořádány podél linií elektrického pole. Dříve nepolární molekuly se tak chovají jako lokálně stacionární dipóly. Jak je vidět na obr. 4, účinky jednotlivých dipólů se uvnitř dielektrika makroskopicky ruší. Na povrchu se však nevyskytují žádné náboje s opačnými znaménky. Mají tedy stacionární náboj, tzv. volný náboj. Volné náboje zase zeslabují elektrické pole  $\vec{E}$  reálných nábojů  $Q$  v dielektriku, které jsou na deskách kondenzátoru. Zeslabení elektrického pole  $\vec{E}$  v dielektriku vyjadřuje bezrozměrná materiálová měrná dielektrická konstanta  $\varepsilon$  ( $\varepsilon = 1$  ve vakuu):

$$\vec{E} = \frac{\vec{E}_0}{\varepsilon} \quad (6)$$

kde elektrické pole  $\vec{E}_0$  je generované pouze reálnými náboji  $Q$ . Opačné pole generované volnými náboji tedy musí být

$$\vec{E}_f = \vec{E}_0 - \vec{E} = \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon} \vec{E}_0 \quad (7)$$

Náboje uvnitř dielektrika lze zanedbat, neboť pouze povrchové náboje  $\pm Q_f$  generují opačně nabitě pole.

$$E_f = \frac{Q_f}{S\epsilon_0} = \frac{Q_f \cdot d}{V\epsilon_0} = \frac{p}{V\epsilon_0} \quad (8)$$

kde  $p$  je celkový dipólový moment povrchových nábojů. V obecném případě nehomogenního dielektrika má rovnice (8) tvar:

$$\vec{E}_f = \frac{1}{\epsilon_0} \int \frac{d\vec{P}}{dV} = \frac{1}{\epsilon_0} \vec{P} \quad (9)$$

kde  $\vec{P}$  je celkový dipólový moment na jednotku objemu a nazývá se dielektrická polarizace. Můžeme definovat elektrickou indukci  $\vec{D}$ :

$$\vec{D} = \epsilon \cdot \epsilon_0 \cdot \vec{E} \quad (10)$$

Tři elektrické veličiny: intenzita elektrického pole  $\vec{E}$ , elektrická indukce  $\vec{D}$  a dielektrická polarizovatelnost  $\vec{P}$  spolu souvisejí následujícím vztahem:

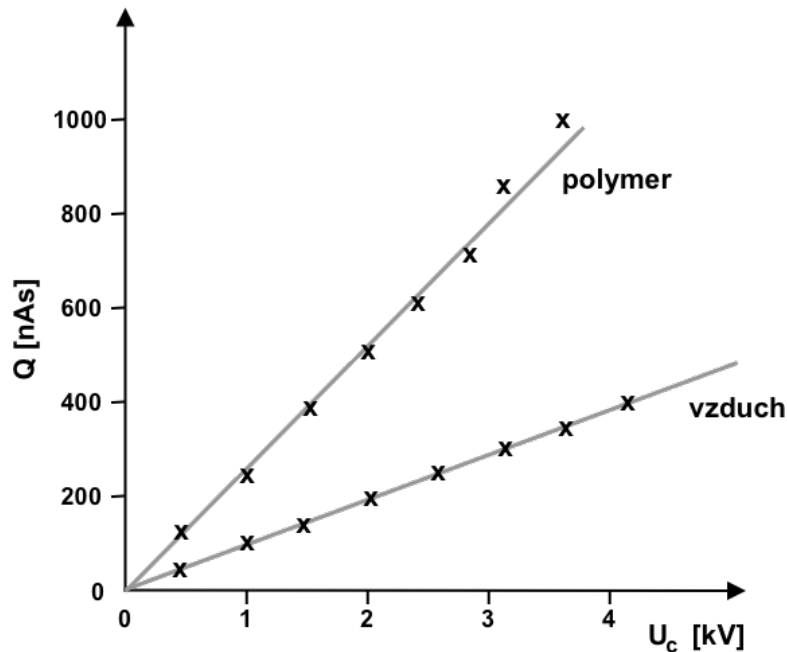
$$\vec{D} = \epsilon_0 \cdot \vec{E} + \vec{P} = \epsilon \cdot \epsilon_0 \cdot \vec{E} \quad (11)$$

Zůstane-li na kondenzátoru reálný náboj  $Q$ , zatímco mezi desky je vloženo dielektrikum, sníží se napětí  $U_c$  mezi deskami ve srovnání s napětím ve vakuu  $U_{vac}$  (nebo přibližně ve vzduchu) o dielektrickou konstantu:

$$U_c = \frac{U_{vac}}{\epsilon} \quad (12)$$

Podobně z definice kapacity vyplývá, že  $C = \epsilon \cdot C_{vac}$ . Obecný tvar rovnice je následující:

$$Q = \epsilon \cdot \epsilon_0 \cdot \frac{S}{d} \cdot U_c \quad (13)$$



Obrázek 5: Elektrostatický náboj  $Q$  deskového kondenzátoru v závislosti na přiloženém napětí  $U_c$ , s dielektrikem (polymer) mezi deskami a bez něj ( $d = 0.98$  cm).

Na obrázku 5 je vyneseno náboj kondenzátoru v závislosti na přiloženém napětí na deskách pro srovnání se situací s polymerní deskou mezi deskami kondenzátoru a bez ní, přičemž všechny ostatní podmínky zůstávají nezměněny: při stejném napětí je tedy množství náboje kondenzátoru výrazně zvýšeno dielektrikem, v tomto příkladu 2,9krát. Pokud se náboje získané s polymerní deskou a bez ní navzájem vydělí, získáme vztah pro dielektrickou konstantu polymeru:

$$\frac{Q_{polymer}}{Q_{vacuum}} = \varepsilon \quad (14)$$

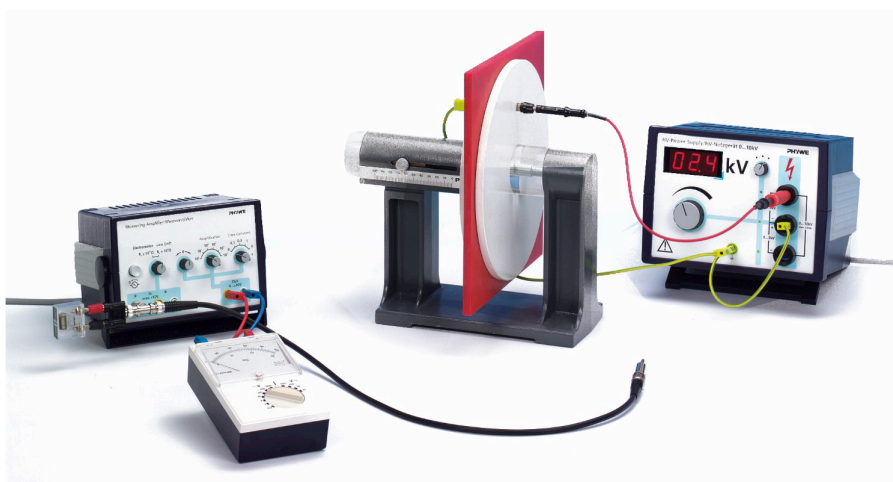
Obdobně získáme dielektrickou konstantu pro skleněné desky.

Pro zohlednění výše popsaného vlivu volných nábojů se Maxwellova rovnice (1) obecně doplňuje o dielektrickou konstantu  $\varepsilon$  dielektrika, které vyplňuje příslušný objem:

$$\iint_A \varepsilon \cdot \varepsilon_0 \cdot \vec{E} d\vec{A} = \iint \vec{D} d\vec{A} = Q \quad (15)$$

## 2 Praktická část

Elektrická konstanta  $\varepsilon_0$  se určuje měřením náboje deskového kondenzátoru, na který je přivedeno napětí. Dielektrická konstanta  $\varepsilon$  se určuje stejným způsobem, přičemž prostor mezi deskami kondenzátoru je vyplněn polymerem nebo sklem.

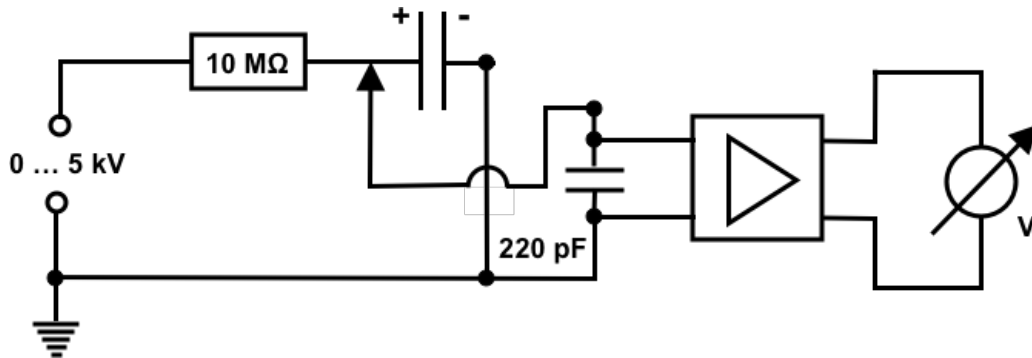


Obrázek 6: Elektrostatický náboj  $Q$  deskového kondenzátoru v závislosti na přiloženém napětí  $U_c$ , s dielektrikem (polymer) mezi deskami a bez něj ( $d = 0.98$  cm).

Příslušné dielektrické konstanty jsou určeny porovnáním s měřeními provedenými se vzduchem mezi deskami kondenzátoru.

Experimentální sestava je znázorněna na obr. 1 a odpovídající schéma zapojení na obr. 7. Deska kondenzátoru je připojena k hornímu konektoru vysokonapěťového zdroje přes ochranné odpory  $10M\Omega$ . Prostřední konektor vysokonapěťového zdroje i protější deska kondenzátoru jsou uzemněny přes kondenzátor  $220$  nF. Správné měření počátečního napětí je třeba zajistit odpovídajícím nastavením přepínače na přístroji. Elektrostatický indukční náboj na desce kondenzátoru lze měřit přes napětí na kondenzátoru  $220$  nF, podle rovnice (4). Měřicí zesilovač je nastaven na vysoký vstupní odpor, zesilovací faktor 1 a časovou konstantu 0.

V prvním kroku se deskový kondenzátor nabíjí vysokým napětím. Ve druhém kroku (při odpojeném vysokonapěťovém zdroji!) se změří náboj deskového kondenzátoru.



Obrázek 7: Schema zapojení

Nejprve je nutné určit povrch desek kondenzátoru. Měření pak provádíme ve dvou krocích:

1. V první části se při konstantním napětí mění vzdálenost mezi deskami deskového kondenzátoru a měří se náboj na deskách kondenzátoru. Poté se ověří lineární závislost mezi nábojem a napětím na deskách kondenzátoru. Naměřené hodnoty umožňují dle rovnice (4) určit elektrickou konstantu  $\epsilon_0$ . Dbejte na to, abyste se během měření nenacházeli v blízkosti kondenzátoru, protože by mohlo dojít ke zkreslení elektrického pole kondenzátoru.

2. Ve druhé části je zkoumána závislost elektrostatického indukčního náboje na napětí. To se provádí s polymerní deskou a bez ní (bez vzduchové mezery!). Polymer se vloží do prostoru mezi deskami kondenzátoru při zachování stejné vzdálenosti mezi nimi. Poměr mezi elektrostatickými indukčními náboji umožňuje určit dielektrickou konstantu polymeru. Stejným způsobem se určí dielektrická konstanta skleněné desky.

### Postup měření

- Zapojení aparatury** Zapojte aparaturu dle schéma zapojení uvedeného na obrázku 7. Před spuštěním požádejte vyučujícího o překontrolování zapojení! Může dojít k poškození přístrojů. Nastavte měřicí zesilovač na úroveň vysokého vstupního odporu ( $R_e = 10^{13}\Omega$ ). Zesílení (amplification) nastavte na úroveň 1 ( $10^0$ ). a časovou konstantu na hodnotu 0.
- Určení hodnoty permitivity vakua  $\epsilon_0$ .** Před samotným měřením nejprve vybijte měřicí kondenzátor, který je připojen k měřicímu zesilovači tak, aby voltmetr ukazoval hodnotu napětí  $U = 0V$ . Pozor, toto je nutné udělat vždy před každým měřením !!! Připojte zdroj vysokého napětí na desku kondenzátoru. Napětí na vysokonapěťovém zdroji nastavte na konstantní hodnotu  $U_c = 1.5kV$ . Vzdálenost mezi deskami kondenzátoru nastavte na hodnotu  $d = 0.1cm$ . Odpojte zdroj vysokého napětí a na stejné místo připojte svorku měřicí aparatury. Odečtěte hodnotu napětí na voltmetru a postup opakujte pro další hodnotu vzdálenosti mezi deskami kondenzátoru.

Nyní proveďte měření pro různá napětí  $U_c$ , při konstantní vzdálenosti mezi deskami kondenzátoru. Nastavte vzdálenost mezi deskami kondenzátoru na hodnotu  $d = 0.2cm$ . Poté připojte svorku vysokého napětí na desku kondenzátoru a hodnotu napětí nastavte na  $U_c = 0.5kV$ . Odpojte zdroj vysokého napětí a připojte svorku měřicí aparatury. V dalším kroku zvyšte hodnotu napětí  $U_c$  o  $0.5kV$  a postup opakujte. Měření proveďte nejméně pro 8 hodnot  $U_c$ . Vyneste graf závislosti  $Q$  na  $U_c$ .

3. **Měření relativní permitivity vloženého dielektrika.** Mezi desky kondenzátoru vložte zvolený materiál (nejprve polymerní desku). Je důležité, aby mezi polymerem a deskami kondenzátoru nebyla žádná vzduchová mezera. Hodnotu napětí  $U_c$  nastavte na  $0.5kV$ . Postupujte stejně jako v předchozích případech a odečtěte hodnotu napětí  $U$  na měřícím kondenzátoru. V dalším kroku zvýšte hodnotu napětí o  $0.5kV$  na  $1kV$  a proveďte nové měření. Postup proveďte nejméně pro 8 hodnot napětí  $U_c$ . Stejným způsobem změřte relativní permitivitu druhého materiálu (sklo). Vyneste graf závislosti elektrostatičké náboje  $Q$  na deskách kondenzátoru na aplikovaném napětí  $U_c$  pro daná měření (viz obrázek 5.)

### 3 Naměřené hodnoty

	A=?	$U_c = 1.5kV$	C=218 nF			
U[V]						
d [cm]						
$1/d$ [cm <sup>-1</sup> ]						
Q [nAs]						
$\epsilon_0$ [pAs/Vm]						

	A=?	d=0.2cm	C=218 nF			
$U_c$ [kV]						
U[V]						
Q [nAs]						
$\epsilon_0$ [pAs/Vm]						

#### Měření dielektrické konstanty

	polymer: A=?, d=?, C=218nF			sklo: d=?, U=?, Q=?, $U_c$ =?, $\epsilon_{sklo}$ =?		
$U_c$ [kV]						
U[V]						
Q[nAs]						
$Q \frac{d}{\epsilon_0 U_c}$						
$U_{vac}$ [V]						
$Q_{vac}$ [nAs]						
$Q_{vac}/Q$						