

Příklad 1

Zadání příkladu:

Náhodná veličina X je popsána následující pravděpodobnostní funkcí:

$$\begin{aligned} P(x) &= 0,5^x \cdot 0,5 & x = 0, 1, 2, 3 \\ &= 0,5^4 & x = 4 \\ &= 0 & \text{jinak} \end{aligned}$$

- Vyjádřete tuto pravděpodobnostní funkci tabulkou.
- Stanovte modus, střední hodnotu a rozptyl této náhodné veličiny.

Vypracování příkladu:

- Tabulka obsahuje všechny hodnoty, kterých může daná náhodná veličina nabýt, a jejich pravděpodobnosti. Jednotlivé pravděpodobnosti vypočteme dosazením příslušných hodnot náhodné veličiny do pravděpodobnostní funkce.

$$P(0) = 0,5^0 \cdot 0,5 = 0,5$$

$$P(1) = 0,5^1 \cdot 0,5 = 0,25$$

$$P(2) = 0,5^2 \cdot 0,5 = 0,125$$

$$P(3) = 0,5^3 \cdot 0,5 = 0,0625$$

$$P(4) = 0,5^4 = 0,0625$$

Tabulka pravděpodobnostní funkce

x	0	1	2	3	4	Celkem
P(x)	0,5	0,25	0,125	0,0625	0,0625	1,0000

Interpretace:

Pravděpodobnost, že náhodná veličina nabude hodnoty 0, je 50 %.

Pravděpodobnost, že náhodná veličina nabude hodnoty 1, je 25 %.

Pravděpodobnost, že náhodná veličina nabude hodnoty 2, je 12,5 %.

Pravděpodobnost, že náhodná veličina nabude hodnoty 3, je 6,25 %.

Pravděpodobnost, že náhodná veličina nabude hodnoty 4, je 6,25 %.

- Modus náhodné veličiny**

$$\hat{x} = 0$$

Střední hodnota náhodné veličiny $E(X)$

$$E(X) = \sum_M x \cdot P(x) = 0,9375$$

Rozptyl náhodné veličiny $D(X)$

$$D(X) = \sum_M [x - E(X)]^2 \cdot P(x) = \sum_M x^2 \cdot P(x) - \left[\sum_M x \cdot P(x) \right]^2 = 2,5125 - 0,9375^2 = 1,633594$$

Tabulka s výpočty

x	$P(x)$	$xP(x)$	$x^2P(x)$
0	0,5	0	0
1	0,25	0,25	0,25
2	0,125	0,25	1,00
3	0,0625	0,1875	0,5625
4	0,0625	0,25	1,000
Celkem	1,0000	0,9375	2,5125

Interpretace:

Modus náhodné veličiny X , tedy hodnota s nejvyšší pravděpodobností nastoupení, je 0.

Střední hodnota náhodné veličiny X je 0,9375.

Rozptyl náhodné veličiny X je 1,633594.