Klouzavé průměry

Zadání příkladu:

Vyrovnejte časovou řadu počtu zakoupených zájezdů v nejmenované cestovní kanceláři v letech 2001-2004 klouzavými průměry.

Tab. 1 - Měsíční nákupy letních dovolených v cestovní kanceláři v letech 2001-2004

	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
2001	335	312	352	354	398	400	404	405	373	365	324	329
2002	333	315	340	339	383	396	404	399	377	370	334	345
2003	354	327	367	368	408	405	412	402	378	371	338	343
2004	352	327	366	367	408	406	414	392	354	351	323	321S

Vypracování příkladu

Klouzavé průměry (anglicky moving averages = MA) slouží k vyrovnávání časových řad. Empirické údaje jsou nahrazeny řadou průměrů, kterou jsou vypočteny z původních pozorování. Výsledná řada klouzavých průměrů je kratší než řada původní. Nejdůležitější je stanovení délky období (ozn. m), za které bude klouzavý průměr počítán. Hodnotu m nelze stanovit exaktně, spíše heuristicky (na základě věcné analýzy). Přednost dáváme průměrům o menší délce. Platí, že u neperiodických ČŘ se m volí 3, 5 nebo 7 - obvykle liché číslo, ale může být i sudé. U periodických ČŘ je délka klouzavých průměrů rovna periodě sezónních nebo cyklických výkyvů. Ve statistice existuje řada modelů klouzavých průměrů, zde se zmíníme pouze o některých z nich.

Prosté klouzavé průměry

Délka období, ze kterého bude klouzavý průměr počítán, je $m = 2p + 1$. Úsek časové řady o této délce nahradíme prostým aritmetickým průměrem

$$\overline{y}_t = \frac{1}{2p+1} \sum_{i=-p}^{p} y_{t+i} = \frac{y_{t-p} + y_{t-p+1} + \cdots + y_{t+p-1} + y_{t-p}}{2p+1} \tag{1}$$

kde $t = p + 1, \ldots, n - p$. Z toho plyne, že posledních a prvních p hodnot ČŘ zůstává nevyrovnáno. Lze říci, že původní řadu na každém úseku délky m vyrovnáme lineárním trendem.

Vážené klouzavé průměry

Zde úsek ČŘ délky m vyrovnáváme polynomem stupně r a říkáme, že se jedná o klouzavý průměr **řádu r** a **délky m**. Je to vážený aritmetický průměr

$$\overline{y}_t = \sum_{i=-p}^{p} w_i y_{t+i} \tag{2}$$

kde hodnoty vah w_i závisí na řádu polynomu r a platí

$$\sum_{i=-p}^{p} w_i = 1$$

$$w_i = w_{-i}$$

Například pro $r = 2$ je

$$w_i = \frac{3}{4m(m^2-4)}[(3m^2-7) - 20i^2] \quad i = -p, \ldots, -1, 0, 1, \ldots, p$$

Klouzavé průměry slouží k tzv. *adaptivnímu vyrovnání* ČŘ. Lze je také využít k testování vhodnosti dané trendové funkce tím, že z nich spočteme různé charakteristiky, které následně vhodně testujeme - viz tabulka 2. Připomeňme pouze, že symbol Δ_t značí první diferenci řady klouzavých průměrů $\overline{y}_t$ v čase t.

Tab. 2 - Přehled některých testů založených na růstových charakteristikách ČŘ

Test	Trend ČŘ
Δ_t konstantní	lineární
Δ_t lineárně roste	kvadratický
$\Delta_t/\overline{y}_t$ konstatní	exponenciální
$\ln(\Delta_t/\overline{y}_t)$ lineárně klesá	Gompertzova křivka

Program STATGRAPHICS Centurion XVII

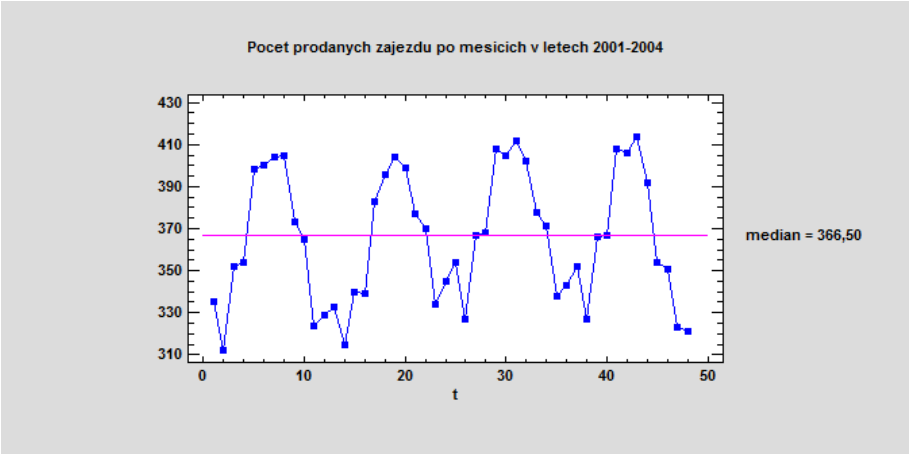
U časových řad je přímo nutné grafické zpracování. Proto nejprve vytvoříme graf. V tomto případě v menu *Plot/Time Sequence Plots/Run Charts/Individuals*. Do povinného pole **Observations** je třeba zadat název proměnné, kde jsou hodnoty sledované veličiny. Do pole **(Date/Time/Labels:)** je možné zadat odpovídající hodnoty času. Z grafu je patrné, že řada vykazuje roční periodicitu. Toho nyní využijeme při stanovení délky klouzavého průměru m, to by mělo být rovno 12.

V programu STATGRAPHICS je pro výpočet klouzavých průměrů ČŘ vytvořena funkcionalita v menu *Describe/Time Series/Smoothing*. Do povinného pole **Data** je třeba zadat název proměnné, kde jsou hodnoty sledované veličiny y_t. Do nepovinného pole **(Time Indices:)** je možné zadat odpovídající hodnoty času. Zde vybrat volbu Month(s) a do pole Starting At: zadat 1.01 - řada začíná v lednu 2001. Po kliknutí na tlačítko OK se objeví další formulář *Smoothing Options*. Zde v rámu *Smoother 1* zvolíme **Simple Moving Averages**. Dole je ještě nutné zadat hodnotu m do *Length of Moving Average:*. Jak je uvedeno výš, zde je $m = 12$. Nyní klikneme na tlačítko OK.

Výsledky:

Grafické znázornění klozavých průměrů je na obr. 2. Číselné hodnoty jsou v tabulce 3.

Obrázek 1: Počet prodaných zájezdů v letech 2001-2004 po měsících



Zdroj: vlastní zpracování

Tab. 3 - Klouzavé průměry délky 12

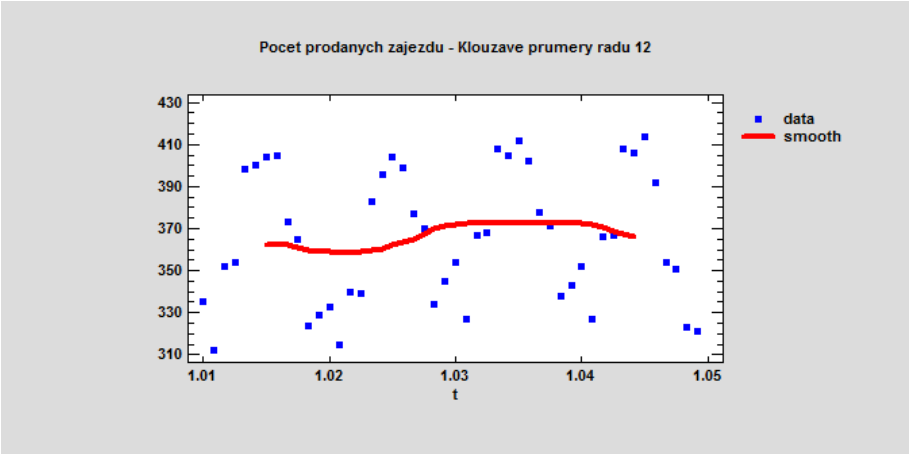
	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
2001	-	-	-	-	-	-	362,5	362,55	362,17	361,04	...	...
2002	...											...
2003	...											...
2004	372,58	372,25	370,83,	369	367,54	366	-	-	-	-	-	-

Podle toho, co bylo uvedeno u vztahu (1) začíná řada klouzavých průměrů až v VII/2001 a končí v IV/2004. Proto je prvních šest a posledních šest polí tabulky proškrtnuto pomlčkou. Z prostorových důvodů nejsou uvedeny všechny hodnoty, ale pouze první čtyři a posledních šest.

Interpretace výsledků

Z obrázku 2 je patrné, jak se liší vyrovnané hodnoty ČŘ od hodnot původních - klouzavé průměry vyhlazují extrémní hodnoty řady. Současně neeliminují trend, pokud v ČŘ nějaký je. Klouzavé průměry jsou dále používány při očišťování ČŘ od sezónních vlivů.

Obrázek 2: Počet prodaných zájezdů - klouzavé průměry řádu 12



Zdroj: vlastní zpracování