



# Termodynamika 3 – FYZ2

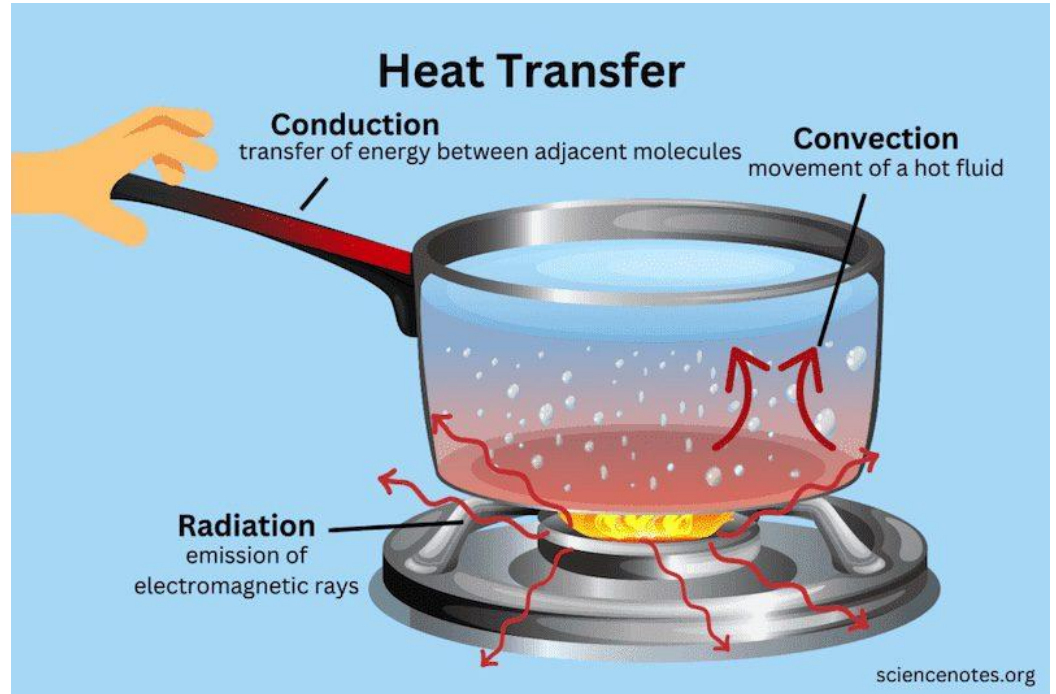
## 2023 FS

Ing. Štěpán Kunc, Ph.D.

[stepan.kunc@tul.cz](mailto:stepan.kunc@tul.cz)

# Šíření tepla

1. Vedením (Conduction)
2. Prouděním (Convection)
3. Zářením (Radiation)



# Vedení tepla (Conduction)

## Tepelný tok

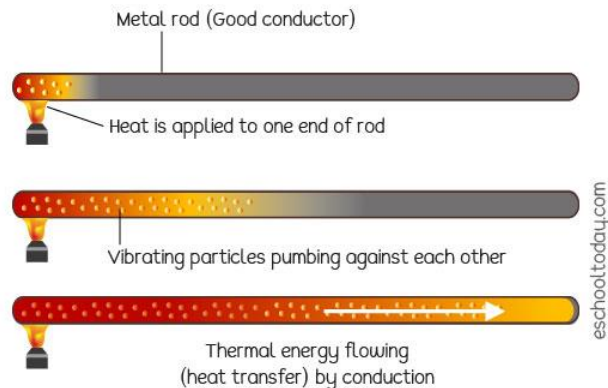
$$\frac{dQ}{dt} = \lambda S \frac{T_2 - T_1}{d}$$

$S$  plocha,  $\lambda$  tepelná vodivost,  $T_2$  teplejší oblast,  $T_1$  studenější oblast,  $d$  tloušťka stěny

$\lambda$ -Součinitel tepelné vodivosti materiálů

Látka	$\lambda$ [W/(m.K)]	$\alpha$ [m <sup>2</sup> /s]
Hliník Al	200	80E-6
Uhlíková ocel	50	14E-6
Nerezová ocel	15	4E-6
Sklo	0.8	0.35E-6
Voda	0.6	0.14E-6
Polyetylen	0.4	0.16E-6
Vzduch	0.025	20E-6

$\alpha$ -Teplotní vodivost



$$\frac{dQ}{dt} = -\lambda \cdot d\vec{S} \cdot \vec{\nabla}T$$

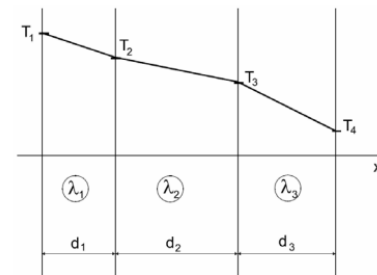
$$\vec{\nabla}T = \left( \frac{dT}{dx}; \frac{dT}{dy}; \frac{dT}{dz} \right)$$

## JEDNOROZMĚRNÉ VEDENÍ TEPLA HOMOGENNÍ ROVINNOU STĚNOU (stacionární):

$\varphi$  Hustota tepelného toku – konst.

$$Q = \frac{\lambda}{d} (T_2 - T_1) St = \varphi St$$

Tepelná propustnost stěny



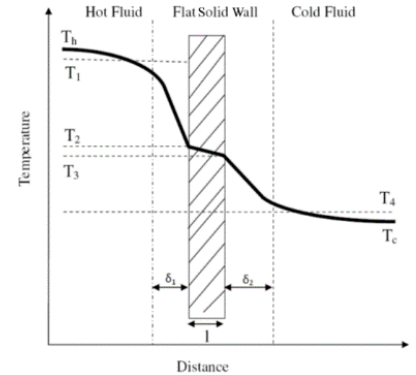
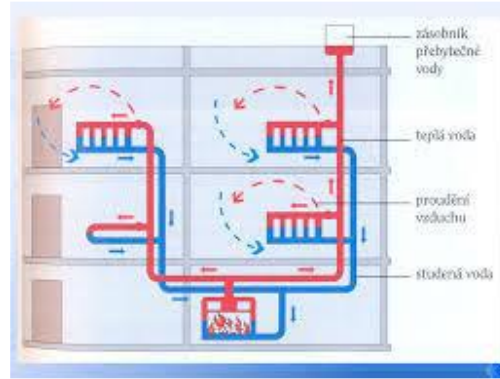
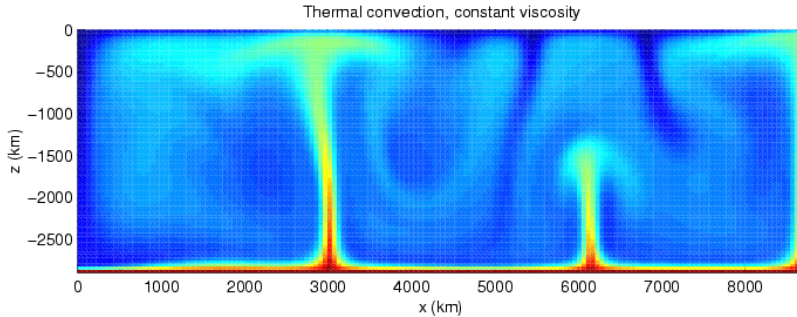
$$\varphi = \frac{T_1 - T_4}{\frac{d_1}{\lambda_1} + \frac{d_2}{\lambda_2} + \frac{d_3}{\lambda_3}}$$

# Proudění tepla (Convection)

Teplu se šíří v kapalinách a plynech také prouděním - je podmíněno volným pohybem částic v látkách, přenáší se nejenom teplo, ale i látka

**A: Volné** - Zahřátím látky dochází ke zmenšení hustoty, proto zahřátá látka stoupá nahoru - studenější látka má větší hustotu a klesá

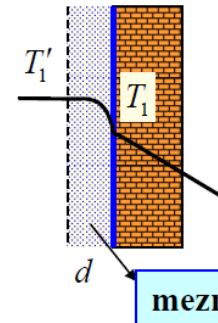
**B: Nucené** – čerpadla, ventilátory



$$Q = \alpha(T'_1 - T_1)St$$

Součinitel přestupu tepla  $\alpha [Wm^{-2}K^{-1}]$

Vzniká tenká mezní vrstva s velmi malou tepelnou vodivostí (izolant)  
Ve vrstvě dochází prakticky jen k vedení tepla.  
Newtonův vztah



dochází k teplotnímu skoku v mezní vrstvě  
povrchová teplota se liší od teploty tekutiny

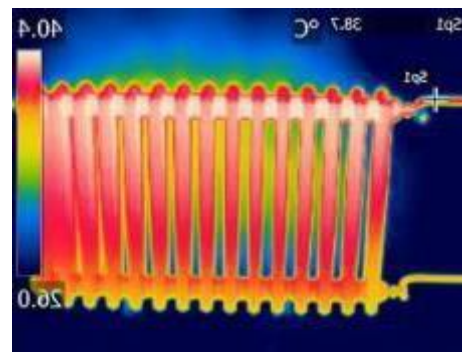
mezní vrstva

# **Příklad 1**

## **Okno**

# Přenos tepla zářením (Radiation)

Elektromagnetické vlnění, chaotické, i od studenějšího k teplejšímu  
Jediný způsob přenosu tepla v prostředí bez částic ve vakuu, bez tepelného záření  
by se nedostalo teplo ze Slunce na Zemi (meziplanetární prostor je téměř bez částic)



$$P = e\sigma S(T_r^4 - T_c^4)[Wm^{-2}]$$

P – čistý vyzářený výkon

e – emisivita 0.01-1 1- ideální černé těleso, 0.9 elox hliník, 0.04 měď

$T_r$  teplota zářiče,  $T_c$  teplota okolí

$\sigma$  Stefanova–Boltzmannova konstanta.

# **Příklad 2**

## **Slunce**

# Stavová rovnice ideálního plynu

Popisují stav plynu - Tlak  $p$  Teplota  $T$  Objem  $V$  Množství (hmotnost  $m$ , látkové množství  $n$ , hustota  $\rho$ )  
Extenzivní a intenzivní

Gay-Lussacovy zákony:  $\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$   $p = \text{konst.}$   $\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}$   $V = \text{konst.}$

Boyleův-Mariotteův zákon:  $p_1V_1 = p_2V_2$   $T = \text{konst.}$

$$\frac{p_1V_1}{T_1} = \frac{p_2V_2}{T_2}$$

**Avogadrův zákon:** za stejných podmínek obsahují dva stejné objemy plynu stejné množství molekul

$$\frac{p_1V_1}{T_1} = n \frac{p_0V_0}{T_0}$$

**Pro 1 mol**

Za tzv. normálních podmínek (tzn. teplota  $0^\circ\text{C}$  a tlak  $101,325 \text{ kPa}$ ) je molární objem roven  $22,414 \text{ dm}^3$ , přičemž je v něm obsaženo  $6,022 \times 10^{23}$  částic (tzv. Avogadrova konstanta).

$$\frac{pV}{T} = nR$$

$$pV = nRT$$

Stavová rovnice ideálního plynu .....ideální?



# Stavová rovnice ideálního plynu

Univerzální plynová konstanta  $R$

$$R = \frac{p_0 V_0}{T_0}$$

Molární plynová konstanta se vypočítá jako součin Avogadrovy konstanty  $N_A$  a Boltzmannovy konstanty  $k$

Po redefinici SI jsou od roku 2019 oba činitele přesnými konstantami, proto i hodnota molární plynové hodnoty je dána přesně:

**$R = 8,314\ 462\ 618\ 153\ 24\ \text{J}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{mol}^{-1}$ (přesně)**

# Van der Waalsova rovnice pro reálný plyn

Konečný rozměr molekul – změna objemu

Přitažlivé a odpuzivé mezimolekulární síly – změna tlaku

$$\left(p + \frac{an^2}{V^2}\right)(V - nb) = nRT$$

Korekce rovnice pro ideální plyn

b – zmenšení objemu vlastní objem molekul

$a/V^2$  – přídavný kohezní tlak – souvisí s působením molekul na určitou vzdálenost [van der Waalsovy síly](#)

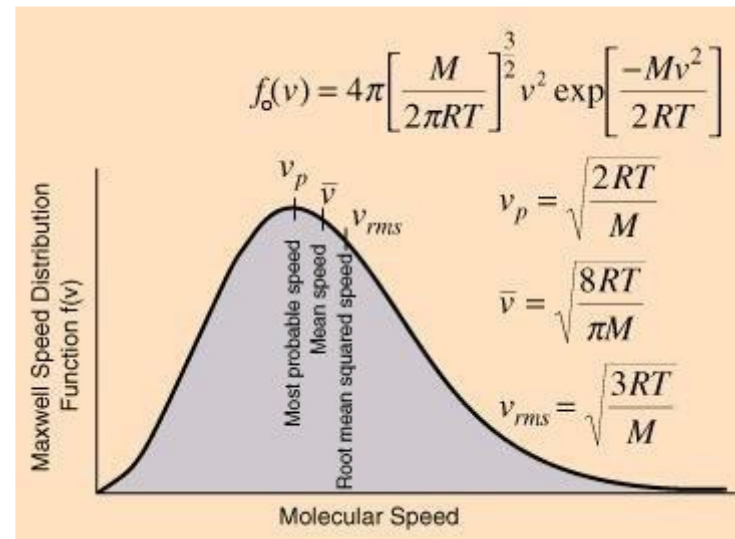
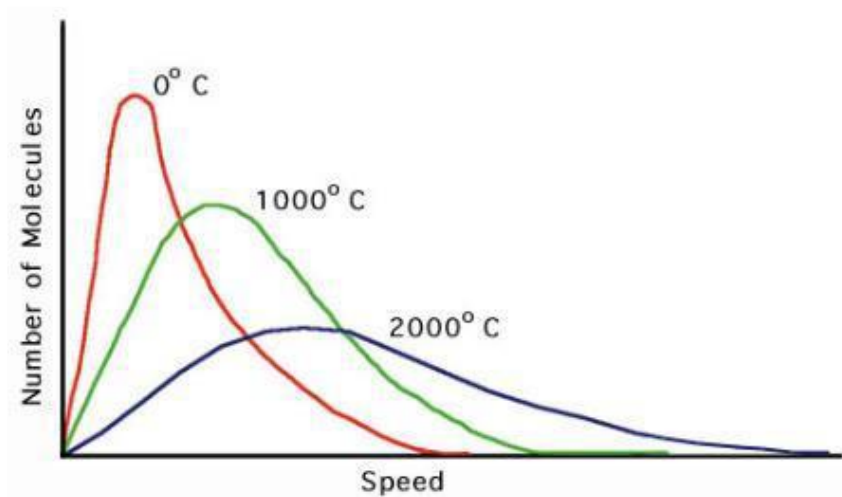
# Kinetická teorie plynů

Molekuly plynu interagují pouze pomocí srážek, nahodilý směr, velký počet srážek, velký počet molekul – statistický model

**Vyšší teplota – vyšší rychlost molekul – Brownův pohyb**

**Maxwellovo rozdělení** závisí na teplotě

$f(v)$  počet částic, pohybující se rychlostmi z intervalu rychlostí  $\Delta v$



Rozdělení můžeme charakterizovat pomocí různě definovaných rychlostí

Pohyb molekul plynu

<http://www.falstad.com/gas/>

# Kinetická teorie plynů

**Střední kvadratická rychlost:**  $v_k^2 = \langle v^2 \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N v_i^2$

Charakterizuje střední kinetickou energii molekul

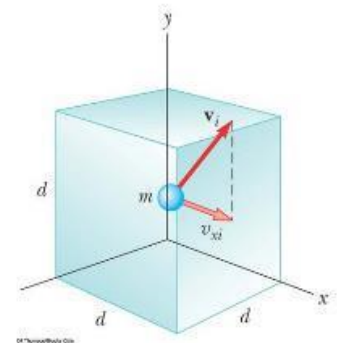
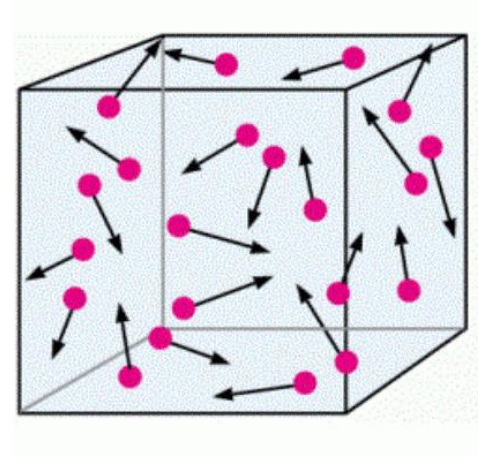
$$\langle e_k \rangle = \left\langle \frac{1}{2} m_m v^2 \right\rangle = \frac{1}{2} m_m \langle v^2 \rangle = \frac{1}{2} m_m v_k^2$$

Nepreferujeme žádný směr

$$v^2 = v_x^2 + v_y^2 + v_z^2$$

$$\langle v^2 \rangle = \langle v_x^2 \rangle + \langle v_y^2 \rangle + \langle v_z^2 \rangle$$

$$\frac{1}{3} v_k^2 = \langle v_x^2 \rangle$$



# Kinetická teorie plynů

Průměrná síla po nárazu jedné molekuly:

$$F_x = \frac{\Delta p_x}{\Delta t} = \frac{2m_m v_x}{\Delta t} = \frac{2m_m v_x^2}{2l}$$

Průměrný tlak vytvořený nárazem jedné molekuly:

$$p = \frac{F_x}{l^2} = \frac{m_m v_x^2}{l^3}$$

Pro výpočet celkového tlaku všech  $N$  částic na celý vnitřní povrch  $S$  krychle můžeme s výhodou použít průměrnou sílu

Základní rovnice, spojí mikroskopickou veličinu  $v_k$  a makroskopický tlak  $p$

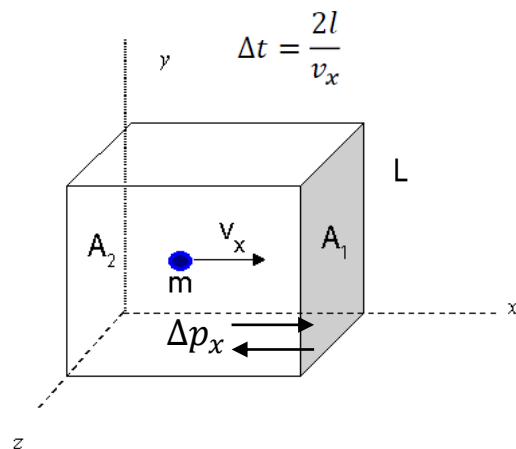
$$p = N \frac{m_m \langle v_x^2 \rangle}{l^3}$$

Zavedeme objemovou hustotu molekul plynu:

$$n_0 = \frac{N}{l^3}$$

Ke stejnému závěru dojdeme i pro jiný tvar nádoby, uvažujeme-li všechny směry pohybu stejně pravděpodobné.

$$n_0 m_m = \rho$$



$$p = \frac{1}{3} n_0 m_m v_k^2$$

$$p = \frac{1}{3} \rho v_k^2$$

# Daltonův zákon

Tlak směsi plynů je roven součtu jejich parciálních tlaků.

Vyjádřeno matematicky, celkový tlak  $p$  směsi  $n$  plynů můžeme definovat jako součet parciálních tlaků jednotlivých plynů obsažených ve směsi

$$p = \sum_1^n p_i$$

Plyne to ze skutečnosti, že celková objemová hustota molekul plynu musí být aditivní, čili je součtem objemových hustot jednotlivých druhů částic. Pro dva plyny

$$p = \frac{1}{3} (n_{01}m_{m1} + n_{02}m_{m2}) v_k^2 = p_1 + p_2$$

# Avogadrův zákon

Objemová hustota molekul plynu  $n_0$  závisí pouze na termodynamických podmínkách, ne na vlastnostech částic.

Za stejných podmínek  $p$ ,  $T$  obsahují dva stejné objemy plynu stejné množství molekul  
Za tzv. normálních podmínek (tzn. teplota  $0^\circ\text{C}$  a tlak  $101,325\text{ kPa}$ ) je molární objem roven  $22,414\text{ dm}^3$ , přičemž je v něm obsaženo  $N_A$  částic

$N_A = 6,02214076 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$  (přesně) - Avogadrova konstanta.

Poměr hustot dvou plynů je za stejné teploty a tlaku stejný jako poměr hmotností jejich molekul.

$$n_0 m_{m1} = \rho_1$$

$$n_0 m_{m2} = \rho_2$$

# Stavová rovnice ideálního plynu

Porovnejme výsledek průměrného tlaku se stavovou rovnicí ideálního plynu

$$p = \frac{1}{3} n_0 m_m v_k^2$$

$$\frac{1}{3} n_0 m_m v_k^2 V = nRT$$

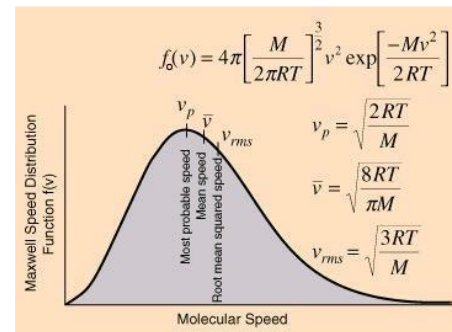
$$pV = nRT$$

Pro 1 mol  $\frac{1}{3} N_A m_m v_k^2 = 1RT$

Střední **kvadratická rychlost** je potom

$$v_k = \sqrt{\frac{3k_B T}{m_m}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$$

Boltzmannova konstanta  $k_B = \frac{R}{N_A}$



Po redefinici SI je od r. 2019 její hodnota pevně stanovenou konstantou:  $k = 1,380\ 649 \times 10^{-23} \text{J} \cdot \text{K}^{-1}$  (přesně)

**Střední kinetická energie 1 molekuly**  $\langle e_k \rangle = \left\langle \frac{1}{2} m_m v^2 \right\rangle = \frac{1}{2} m_m \langle v^2 \rangle = \frac{1}{2} m_m v_k^2 \Rightarrow \langle e_k \rangle = \frac{3}{2} \frac{R}{N_A} T = \frac{3}{2} k_B T$



# Kinetická energie ideálního plynu

Střední kinetická energie jedné částice je přímo úměrná teplotě. Konstanta  $k_B$  není závislá na druhu plynu. Číselnou hodnotu  $3/2$  určuje v prvním přiblížení pouze to, kolik má molekula stupňů volnosti.

$$\langle e_k \rangle = \frac{3}{2} k_B T$$

Obdobně je úměrná i celková energie, protože v ideálním plynu nebereme v úvahu potenciální energii plynu jako celku, pouze kinetickou.

$$U = N \langle e_k \rangle = n N_A \frac{3}{2} k_B T = n \frac{3}{2} RT$$

# Ekvipartiční teorém

Molekula ideálního plynu, kterou jsme dosud uvažovali, byla hmotným bodem a měla tři stupně volnosti. Uvážíme-li její střední energii, je možné přiřadit jednomu stupni volnosti střední energii jednoho stupně volnosti

$$\langle e_i \rangle = \frac{1}{2} k_B T$$

Předpoklad, že se střední energie rovnoměrně rozdělí mezi stupně volnosti se nazývá ekvipartiční teorém. Jeho platnost je podpořena vlastnostmi plynů, jejichž molekuly mají více stupňů volnosti

Energie  $n$  molů s  $i$  stupni volnosti

$$U = nN_A i \frac{1}{2} k_B T = n \frac{i}{2} RT$$

# Ekvipartiční teorém

Dvouatomové molekuly mají v prvním přiblížení 5 stupňů volnosti. Ke třem translačním nám přibývají dva rotační.

Rotace kolem spojnice atomů je totiž energeticky nevýznamná, protože hmotnost atomů je soustředěna v jádrech mnohem menších, nežli je délka spojnice a moment setrvačnosti vůči této ose je tudíž zanedbatelný.

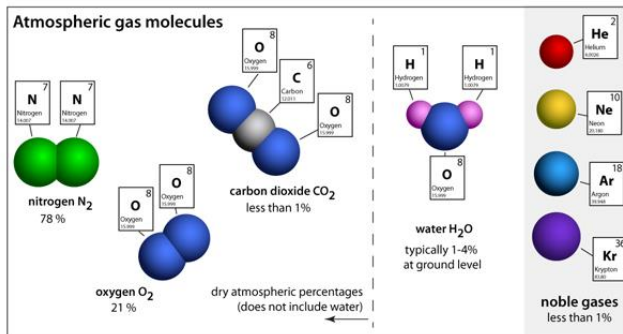
Jsou-li molekuly tří a více atomové, a neleží-li atomy v jedné přímce, mají 6 stupňů volnosti.

Energie 1 molu ideálního plynu s  $i$  stupni volnosti tedy je

$$U = \frac{3}{2}RT \quad \text{pro He, Ar}$$

$$U = \frac{5}{2}RT \quad \text{pro O}_2, \text{H}_2$$

$$U = 3RT \quad \text{pro CO}_2, \text{C}_4\text{H}_{10}$$



# Práce a vnitřní energie plynu

## Konvence

Zvětšení U

Zmenšení U

Práce vykonaná ve prospěch plynu –stlačení vnějšími silami

Práce vykonaná plynem -rozpínání

Dodání tepla plynu

odebrání tepla

Termodynamické postuláty

**První postulát (equilibrium theorem)** : Izolovaná soustava vždy dosáhne rovnovážného stavu a nikdy jej spontánně neopustí.

**Druhý postulát (temperature)**: Každý rovnovážný stav je zcela určen souborem vnějších proměnných (objem, tlak, magnetické pole, atd.) a jednou vnitřní proměnnou - teplotou.

**Je-li soustava mimo rovnováhu**, je třeba k jejímu popisu nejméně jeden další vnitřní parametr.

**Rovnovážný děj** je takový, že probíhá tak, že je soustava stále v rovnováze.

$$\Delta U > 0$$

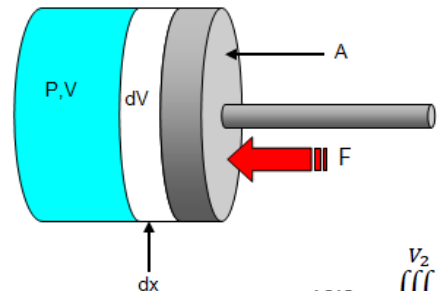
$$\Delta U < 0$$

$$\Delta W < 0$$

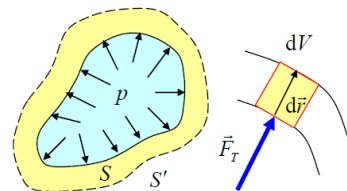
$$\Delta W > 0$$

$$\Delta Q > 0$$

$$\Delta Q < 0$$



$$\Delta W = \iiint_{V_1}^{V_2} p dV$$



$$\Delta U = \Delta Q - \Delta W$$

$$\Delta Q = \Delta U + \Delta W$$

$$\vec{F}_t = p d\vec{S} = p \vec{n} dS$$

$$dW' = \vec{F}_t \cdot d\vec{r} = p dS dr = p dV$$

$$dV > 0 \quad \longrightarrow \quad W' > 0$$

$$dV < 0 \quad \longrightarrow \quad W' < 0$$