



# Magnetické pole II – FYZ2

## 2023 FS

Ing. Štěpán Kunc, Ph.D.

[stepan.kunc@tul.cz](mailto:stepan.kunc@tul.cz)

# Ampérův zákon

$$\vec{B} d\vec{l} = B dl \cos \theta = Br d\theta$$

Cirkulace v magnetickém poli  $B$  nezáleží na poloměru kružnice, velikosti uzavřené křivky ani tvaru uzavřené křivky, vztah platí obecně

Cirkulace závisí na tom zda křivka obepíná vodič jímž protéká proud

Magnetické pole nelze jednoznačně charakterizovat potenciálem jako pole elektrické.



$$\oint_C \vec{B} d\vec{l} = \oint_C \frac{\mu_0 I}{2\pi} d\theta = \mu_0 I$$



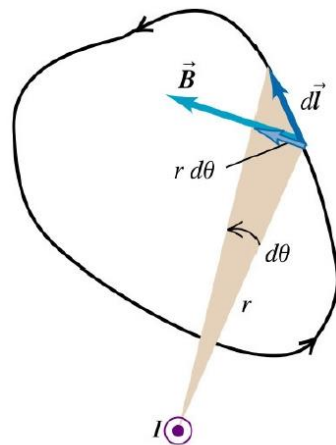
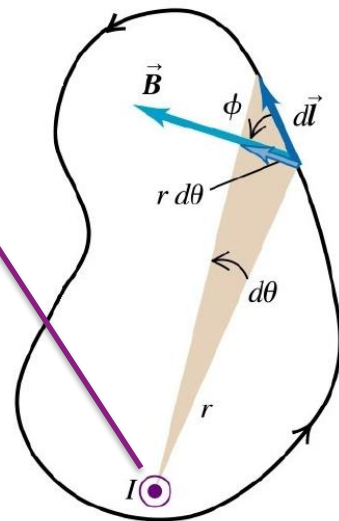
$$\oint_C \vec{B} d\vec{l} = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \int_{\theta_0}^{\theta_0} d\theta = 0$$



$$\oint \vec{B}(\vec{r}) d\vec{l} = \mu_0 I$$

Pole dlouhého vodiče

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$



**Ampérův zákon, zákon celkového proudu**

# Stacionární magnetické pole

Př. 1 Stacionární pole přímého vodiče AZ

Př. 2 Pole solenoidu AZ

# Vzájemné silové působení dvou vodičů

Vodič 1 vytvoří magnetické pole

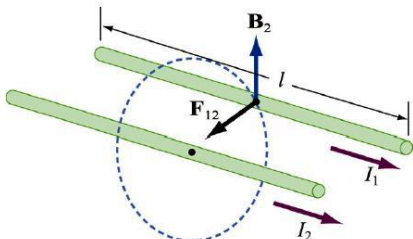
$$B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r}$$

Které silově působí na vodič 2 a naopak

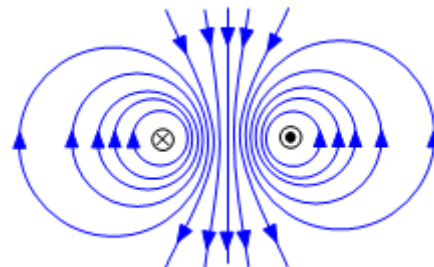
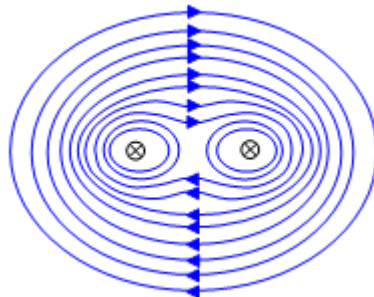
$$dF = I_2 B_1 dl$$

$$dF = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi r} dl$$

$$\frac{F}{\Delta L} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi r}$$



Obr. 9.2.1: Síly mezi dvěma paralelními vodiči



# Definice ampéru

## Stará definice (do 2019)

Ampér je stálý elektrický proud, který protéká dvěma rovnoběžnými nekonečně dlouhými vodiči o zanedbatelném průřezu umístěnými ve vakuu 1 m od sebe, jestliže mezi vodiči působí magnetická síla o velikosti  $2 \times 10^{-7}$  newtonu na jeden metr délky vodiče

$$dF = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi a} dl$$
$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A}$$

## Nová definice

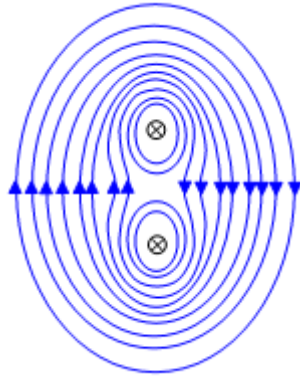
Ampér -symbol A, je SI-jednotka elektrického proudu. Je definována fixováním číselné hodnoty elementárního náboje  $e$  rovné  $1.602176634 \times 10^{-19}$ , je-li vyjádřena v jednotce C, což se rovná A·s, kde sekunda je definována ve smyslu  $\Delta\nu_{\text{Cs}}$ .

$$dF = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi r} dl$$

$$\frac{F}{\Delta L} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi r}$$

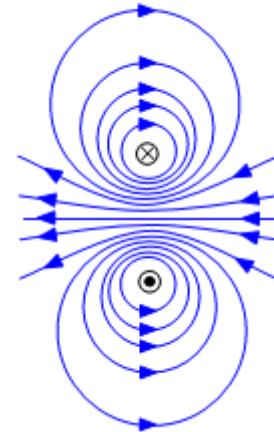
# Vzájemné silové působení dvou vodičů

Souhlasné proudy se přitahují opačné odpuzují



Dvě cívky, protékané proudem ve stejném směru se přitahují

Dvě cívky, protékané proudem ve opačném směru se odpuzují



# Magnetický indukční tok

Magnetický indukční tok

$$d\Phi = \vec{B} d\vec{S}$$



$$\Phi = \iint_S \vec{B} d\vec{S}$$

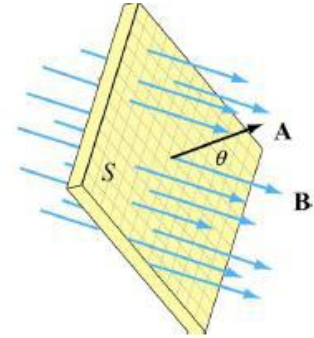
Weber (Wb)  $1\text{Wb} = 1\text{Tm}^2$

Magnetické indukční linie jsou uzavřené křivky, proto je tok uzavřenou plochou nulový. **Magnetické pole je nezřídlové**

$$\oiint_S \vec{B} d\vec{S} = 0$$



$$\text{div } \vec{B} = 0$$



Obr. 10.1.2: Magnetický tok plochou.

$$d\Phi = \vec{B} d\vec{S} = \vec{B} dS \vec{n} = B \cdot dS \cdot \cos \theta$$

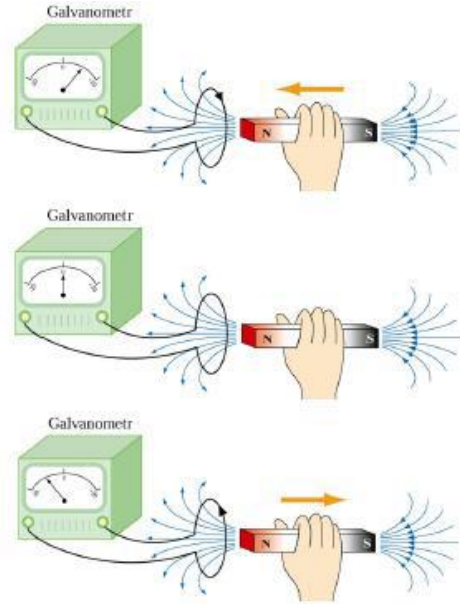
$$\Phi = \iint_S \vec{B} d\vec{S} = \iint_S B \cos \theta dS$$

# Zákon elektromagnetické indukce

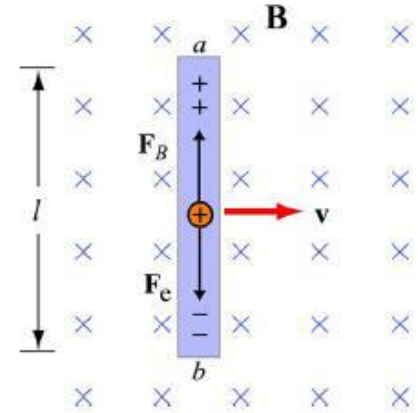
Účinek magnetické síly na náboj je stejný jako kdyby  $\rightarrow \vec{F} = Q(\vec{v} \times \vec{B}) = Q\vec{E} \quad \Rightarrow \quad \vec{E} = (\vec{v} \times \vec{B})$   
 působilo elektrické pole o intenzitě  $E$

Pohybujeme-li uzavřeným vodičem vhodným způsobem v magnetickém poli, vzniká ve vodiči **elektrický proud**

Nachází-li se uzavřený vodič v časově proměnném magnetickém poli vzniká ve vodiči **elektrický proud**



Obr. 10.1.1: Elektromagnetická indukce.



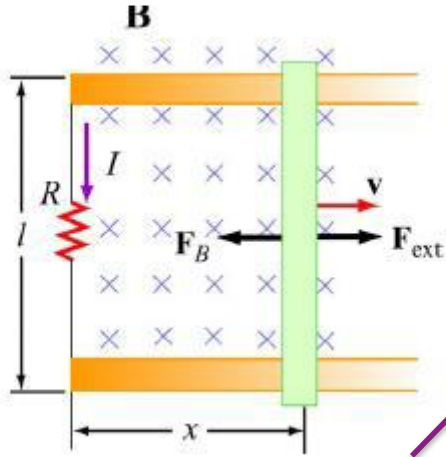
$$U_{in} = \int_0^L \vec{E} d\vec{l} = \int_0^L (\vec{v} \times \vec{B}) d\vec{l}$$

$$U_{in} = \oint_C \vec{E} d\vec{l} = \oint_C (\vec{v} \times \vec{B}) d\vec{l}$$

Na koncích vodiče délky  $L$  vzniká indukované napětí  $U_{in}$



# Zákon elektromagnetické indukce



$$dW = \vec{F}_B \cdot d\vec{r}$$

$$P = \frac{dW}{dt} = \vec{F}_B \cdot \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{F}_B \cdot \vec{v}$$

$$P = F \cdot v \cdot \cos \pi = -F \cdot v$$

$$P = -I \cdot B \cdot dl \cdot v = -I \cdot B \cdot dl \cdot \frac{dx}{dt}$$

$$P = -I \frac{B \cdot dl \cdot dx}{dt} \longrightarrow dS$$

$\vec{F}_B$  – opačný směr než  $\vec{v}$

$$d\vec{F}_B = I(d\vec{l} \times \vec{B})$$

$$d\Phi = \vec{B} d\vec{S} = \vec{B} dS \vec{n} = B \cdot dS \cdot \cos \theta$$

$$P = I \frac{B ds}{dt} = I \left( -\frac{d\Phi}{dt} \right) \longrightarrow P = U \cdot I$$

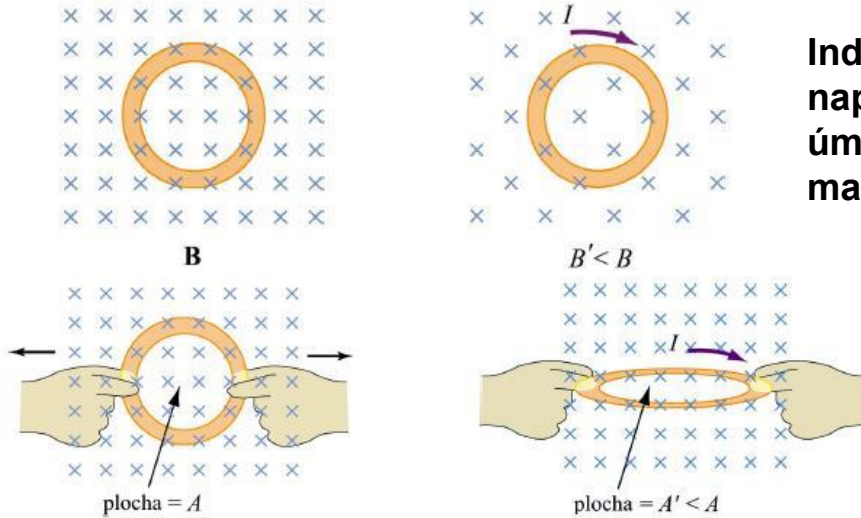
$$U_{in} = \oint_C \vec{E} d\vec{l} = \oint_C (\vec{v} \times \vec{B}) d\vec{l}$$

$$\frac{d\Phi}{dt} = - \oint_C \vec{E} d\vec{l} = U_{in}$$

$$\frac{d\Phi}{dt} = - \oint_C (\vec{v} \times \vec{B}) d\vec{l} = U_{in}$$

$$U = -\frac{d\Phi}{dt}$$

# Faradayův zákon elektromagnetické indukce



Indukované elektromotorické napětí  $U_i$  na smyčce je přímo úměrné záporně vzaté změně magnetického toku

$$U_{in} = \oint_c \vec{E} d\vec{l} = \oint_c (\vec{v} \times \vec{B}) d\vec{l}$$



$$\frac{d\Phi}{dt} = - \oint_c \vec{E} d\vec{l} = U_{in}$$

$$\frac{d\Phi}{dt} = - \oint_c (\vec{v} \times \vec{B}) d\vec{l} = U_{in}$$

Obr. 10.1.4: Indukce elektromotorického napětí změnou plochy  $A$ .

3. změnou úhlu mezi vektory  $B$  a  $A$  v čase (viz Obr. 10.1.5).



Faradayův zákon elektromagnetické indukce



$$U = - \frac{d\Phi}{dt}$$

Obr. 10.1.5: Indukce elektromotorického napětí měnícím se úhlem mezi vektory  $B$  a  $A$ .

# Lencův zákon

$$\Phi = \iint_S \vec{B} d\vec{S}$$



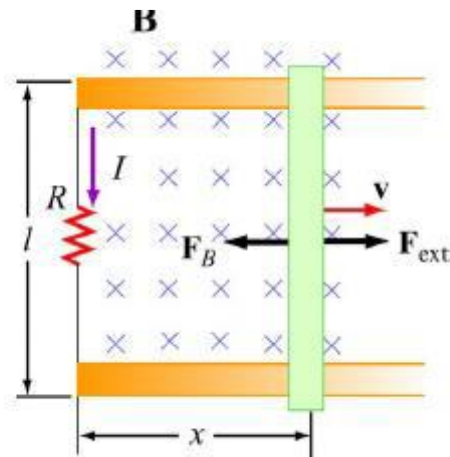
$$\frac{d\Phi}{dt} = - \oint_C \vec{E} d\vec{l} = U_{in}$$



$$\oint_C \vec{E} d\vec{l} = - \frac{d}{dt} \iint_S \vec{B} d\vec{S}$$



$$\text{rot } \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

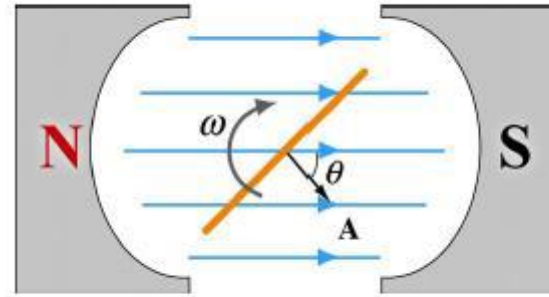
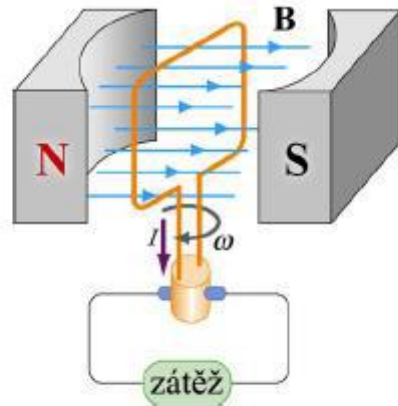


Časová změna magnetického toku indukuje v uzavřeném vodiči proud takového smyslu, aby magnetické pole buzené indukovaným proudem působilo proti změně magnetického toku.

# Aplikace elektromagnetické indukce

Principy alternátoru a dynama, magnetický záznam, indukční brzdy, transformátor

$$U = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d}{dt} B \cdot S \cdot \cos \theta(t) = -B \cdot S \cdot \frac{d}{dt} \cos \omega t = B \cdot S \cdot \omega \cdot \sin \omega t$$

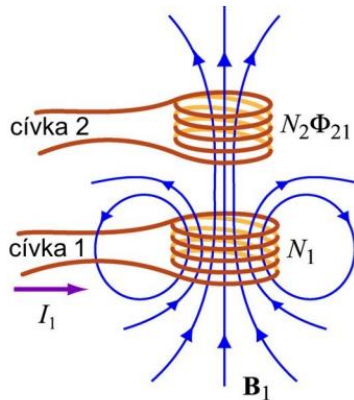


Obr. 10.4.1: Nalevo – jednoduché dynamo. Napravo – rotující myčka shora.

# Vzájemná indukčnost

Cívka 1 –  $N_1$  závitů proud  $I_1$  –  $B_1$  – pole  $B_1$  vstupuje i do cívky 2 – tok z 1 do 2  $\Phi_{21}$  pro jeden závit v cívky 2  
Pokud  $I_1$  je proměnné v čase – vzniká elektromotorické napětí v cívce 2.

$$\varepsilon_{21} = -N_2 \frac{d\phi_{21}}{dt} = -\frac{d}{dt} \iint_{\text{cívka 2}} \mathbf{B}_1 \cdot d\mathbf{A}_2 .$$



Magnetický tok  $\Phi_{21}$  je úměrný  $I_1$

$M_{21}$  – vzájemná indukčnost

$$1 \text{ henry} = 1 \text{ H} = 1 \text{ T m}^2$$

Obráceně pro cívku 2

$$N_2 \phi_{21} = M_{21} I_1 ,$$

$$M_{21} = \frac{N_2 \phi_{21}}{I_1} .$$

$$M_{12} = M_{21} = M .$$

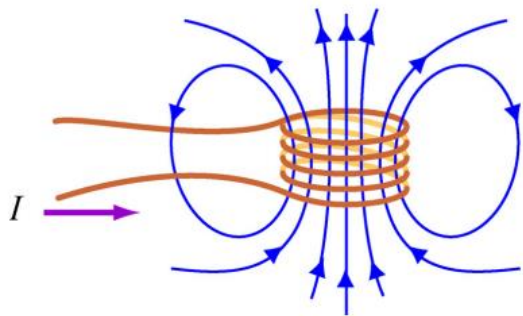
Obr. 11.1.1: Mění-li se proud v cívce 1 způsobí vznik proměnného magnetického indukčního toku v cívce 2.

# Vlastní indukčnost

Cívka – N závitů proud  $I$  se mění s časem potom podle FZ. Vzniká napětí proti změně. Indukovaný proud bude téci ve směru hodinových ručiček  $dI/dt > 0$  a proti pokud  $dI/dt < 0$ .

Vlastnost cívky – vlastní indukčnost - generace vlastního ( zpětného) napětí.

Pokud má prvek velkou vlastní indukčnost označujeme ho jako cívka.



Obr. 11.2.1: Magnetický tok proudovou smyčkou.

$$\varepsilon_L = -N \frac{d\phi_B}{dt} = -N \frac{d}{dt} \iint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A}$$

$$\varepsilon_L = -L \frac{dI}{dt}$$

$$L = \frac{N\phi_B}{I}$$

# Indukčnost

Příklady