



**TENTO PROJEKT JE SPOLUFINANCOVÁN
EVROPSKÝM SOCIÁLNÍM FONDEM**

TECHNICKÁ UNIVERZITA V LIBERCI

Fakulta textilní

Katedra mechanických technologií



HMOTOVÁ NESTEJNOMĚRNOST DÉLKOVÝCH A PLOŠNÝCH TEXTILIÍ

Ing. Eva Cihlářová

Předmluva

Tato skripta jsou určena jako studijní pomůcka ke cvičení z předmětu Hmotová nestejnomyěrnost dčlkových a plošných textilií.

Koncepce skript vychází z předpokladu znalosti základních přádělnických parametrů - jemnost a zákrut dčlkového vlákenného útvaru, průtah. Rovněž se předpokládá základní znalost technologických postupů výroby příze a jednotlivých strojních zařízení.

V úvodní části je zařazena kapitola shrnující základy teorie náhodných funkcí, z nichž vychází teorie hmotové nestejnomyěrnosti. Dále je pojednáváno o jednotlivých parametrech a charakteristických funkcích hmotové nestejnomyěrnosti. Každá problematika je zakončena názorným příkladem s uvedeným řešením. Rovněž je zde nastíněna ukázka způsobu vyhodnocování nestejnomyěrnosti především dčlkových textilií spolu s ukázkovými příklady vyhodnocení. Důležitou součástí problematiky hmotové nestejnomyěrnosti je otázka zajišťování hmotové nestejnomyěrnosti vlákenných útvarů v průběhu procesu výroby příze, proto jednotlivé principy vyrovnávání hmotové nestejnomyěrnosti popisuje samostatná kapitola. Skripta jsou zakončena kapitolou pojednávající o zpracování dat z měření hmotové nestejnomyěrnosti.

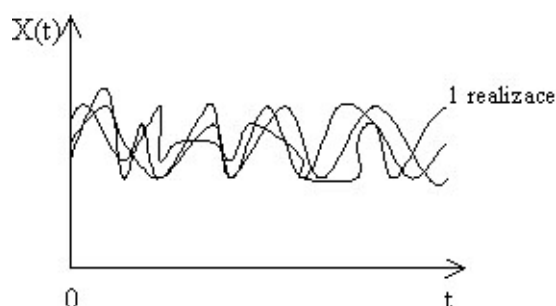
I. Zšklady teorie nšhodnšých funkcí

1.1.Obecnšý pojem nšhodné funkce

1.1.1. Definice

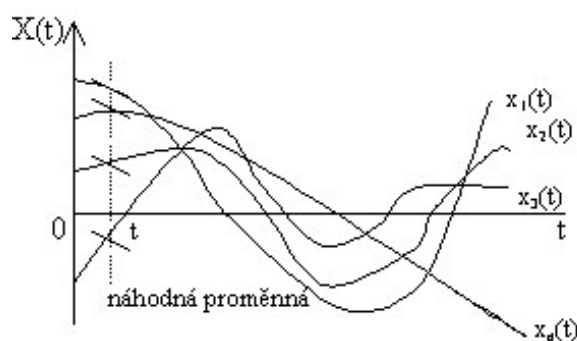
Nšhodná promššnnš: promššnnš, která bšhem pokusu nabude jedinš, pšedem neznšmé hodnoty.

Nšhodná funkce: nšhodná promššnnš, která se bšhem pokusu mšní. Nšhodná funkce tedy bšhem pokusu nabude konkrštní, pšedem neznšmš tvar. Tento konkrštní tvar se nazšvš *realizace nšhodné funkce*. Jestliže s nšhodnou funkcí $X(t)$ provedeme řadu pokusš, zíškšme skupinu realizací $x_1(t)$, ..., $x_n(t)$. Každš realizace je prostou nenšhodnou funkcí.



Obr.1 Nšhodná funkce

V každš hodnotš argumentu t se z nšhodné funkce stšvš nšhodná promššnnš. Tato nšhodná promššnnš se nazšvš *řez nšhodné funkce* odpovšdšjící danš hodnotš t , viz obr.2.



Obr.2 Řez nšhodné funkce

1.1.2. Charakteristiky nšhodnšých funkcí

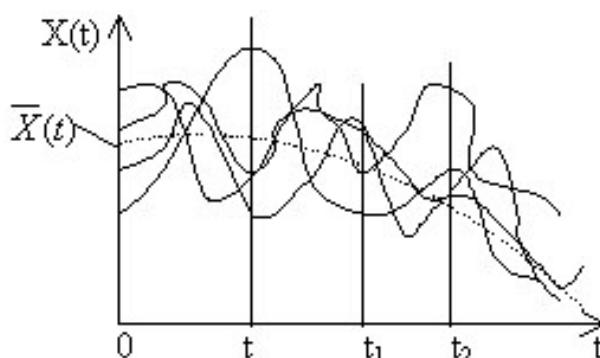
Na rozdíl od charakteristik nšhodnšých promššnnš, které pšedstavují uršitš číšla, pšedstavují charakteristiky nšhodnšých funkcí funkce.

Střední hodnota náhodné funkce $X(t)$ je nenáhodnou funkcí $\bar{X}(t)$, která se v každé hodnotě argumentu t rovná střední hodnotě odpovídajícího řezu náhodné funkce (obr.3).

$$\bar{X}(t) = E[X(t)] \quad (1)$$

$$\bar{X}(t) = \frac{\sum_{i=1}^n x_i(t)}{n} \quad (2)$$

Střední hodnota náhodné funkce je tedy určitou střední funkcí, kolem které různým způsobem kolísají konkrétní realizace náhodné funkce.



Obr.3 Náhodná funkce a její střední hodnota

Rozptyl náhodné funkce $X(t)$ je nenáhodná funkce $D_x(t)$, jejíž hodnota se pro každé t rovná rozptylu odpovídajícího řezu náhodné funkce:

$$D_x(t) = D[X(t)] = E[(X(t) - \bar{X}(t))^2] \quad (3)$$

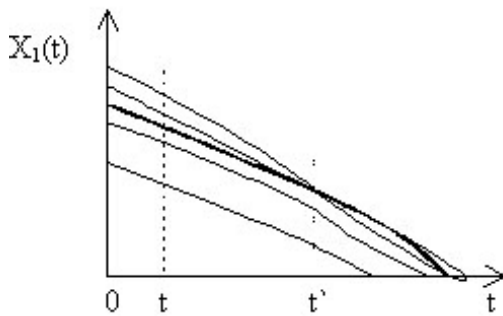
$$D_x(t) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i(t) - \bar{X}(t))^2 \quad (4)$$

Rozptyl náhodné funkce v každém t charakterizuje rozptyl možných realizací náhodné funkce vzhledem ke střední hodnotě.

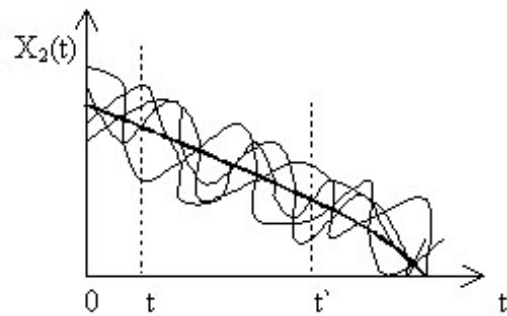
Rozptyl náhodné funkce je kladná funkce, jejím odmocněním získáme **střední kvadratickou odchylku náhodné funkce $\delta_x(t)$** :

$$\delta_x(t) = \sqrt{D_x(t)} \quad (4a)$$

Střední hodnota a rozptyl jsou však pro popis náhodné funkce nedostatečné, neboť nepopisují její vnitřní strukturu, viz obr.4,5.



Obr.4 Střední hodnota náhodné funkce



Obr.5 Střední hodnota náhodné funkce

Z obrázků 4,5 je vidět, že střední hodnota a rozptyl obou dvou náhodných funkcí $X_1(t)$ a $X_2(t)$ jsou přibližně stejné, avšak vnitřní struktura obou funkcí je jiná. Proto se u náhodných funkcí jako další charakteristika zavádí korelační funkce.

Korelační funkce popisuje vnitřní strukturu náhodných funkcí, charakterizuje stupeň závislosti mezi řezy náhodné funkce. Je definována jako nenáhodná funkce dvou argumentů $K_x(t, t')$, která se v každé dvojici hodnot t a t' rovná střední hodnotě součinu dvou centrovaných funkcí:

$$K_x(t, t') = E[(X(t) - \bar{X}(t)) \cdot (X(t') - \bar{X}(t'))] \quad (5)$$

V případě, že $t=t'$ se korelační funkce rovná rozptylu náhodné funkce:

$$K_x(t, t) = E[X(t) - \bar{X}(t)]^2 = D_x(t). \quad (6)$$

Korelační funkce je symetrická:

$$K_x(t, t') = K_x(t', t) \quad (7)$$

Normovaná korelační funkce:

$$r_x(t, t') = \frac{K_x(t, t')}{\delta_x(t) \cdot \delta_x(t')} \quad (8)$$

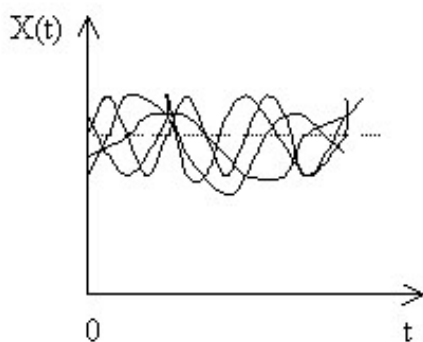
V případě, že $t=t'$ je $r_x(t, t')=1$.

1.2. Stacionární náhodné funkce

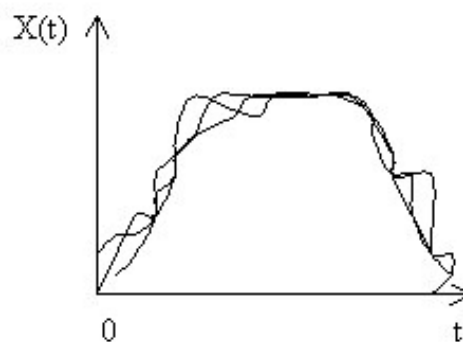
V praxi se velmi často vyskytují procesy, které probíhají v čase přibližně homogenně a mají formu náhodných vlnění, přičemž se ani průměrná amplituda ani charakter vlnění v průběhu

času podstatně nemění. Takovéto náhodné procesy se nazývají *stacionární* (obr.6). Jestliže zkoumáme stacionární náhodný proces v libovolném časovém úseku, musíme získat stejné charakteristiky.

Nestacionární proces má určitou tendenci rozvoje v čase (viz obr.7). Charakteristiky takového procesu závisí na čase.



Obr.6 Stacionární náhodný proces



Obr.7 Nestacionární náhodný proces

Náhodnou funkci $X(t)$ nazýváme **stacionární**, pokud její veškeré pravděpodobnostní charakteristiky nezávisí na čase (přesněji, nemění se při libovolném pohybu argumentů, které závisí na čase (obr.6).

1.2.1. Charakteristiky stacionární náhodné funkce

Střední hodnota je konstantní:

$$E[x(t)] = \bar{X}(t) = \bar{X} = konst. \quad (8)$$

Rozptyl je konstantní:

$$E[(X(t) - \bar{X}(t))^2] = E[(X(t) - \bar{X})^2] = D_x(t) = D_x = konst. \quad (9)$$

Korelační funkce je funkcí jednoho argumentu. Nezávisí na poloze prvního argumentu na ose x , ale na vzdálenosti τ mezi prvním a druhým argumentem:

$$K_x(t, t + \tau) = k_x(\tau) \quad (10)$$

$$\begin{aligned} E[(X(t_1) - \bar{X}(t_1))(X(t_2) - \bar{X}(t_2))] &= E[(X(t_1) - \bar{X})(X(t_2) - \bar{X})] = \\ &= E[(X(t_1) - \bar{X})(X(t_1 + \tau) - \bar{X})] = K_x(t_1, t_2) = K_x(t, t + \tau) = k_x(\tau) \end{aligned}$$

Korelační funkce je funkce sudá:

$$k_x(\tau) = k_x(-\tau)$$

Normovaná korelační funkce:

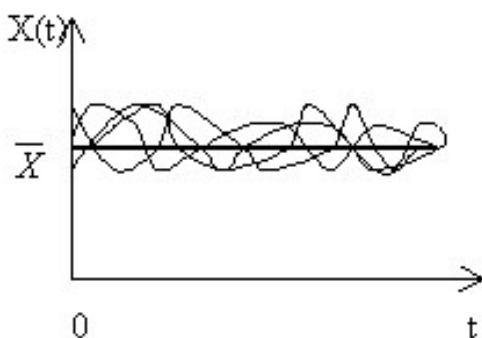
$$\rho_x(\tau) = \frac{k_x(\tau)}{D_x} \quad (11)$$

$$\rho_x(0) = 1$$

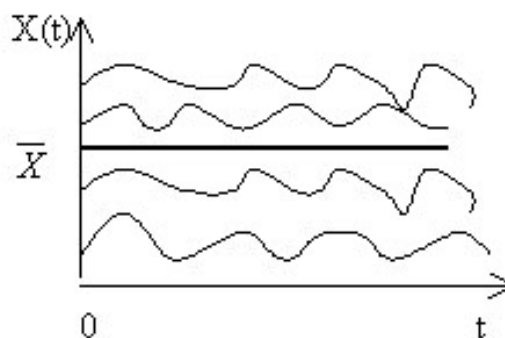
1.2.2. Ergodická vlastnost stacionárních náhodných funkcí

Pro ergodickou stacionární náhodnou funkci platí, že jedna realizace dostatečně dlouhé délky je prakticky ekvivalentní množině realizací celkově stejné délky (tj. při sledování jedné dostatečně dlouhé realizace se projeví všechny možné stavy prakticky stejně jako při sledování dostatečného počtu realizací náhodného procesu v daném řezu.)

Stacionární proces je současně ergodický, pokud momentální střední hodnota náhodné funkce je rovna střední hodnotě všech pozorování (realizací).



Obr.8 Stacionární náhodná funkce s ergodickou vlastností



Obr.9 Stacionární náhodná funkce bez ergodičnosti

Střední hodnota:

$$\bar{X} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T X(t) dt = konst. \quad (12)$$

Rozptyl:

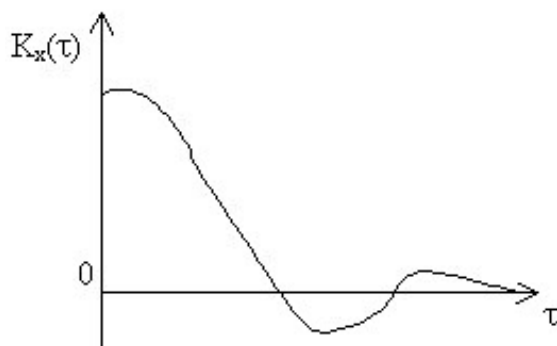
$$D_x = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T [X(t) - \bar{X}]^2 dt = konst. \quad (13)$$

Autokorelační funkce:

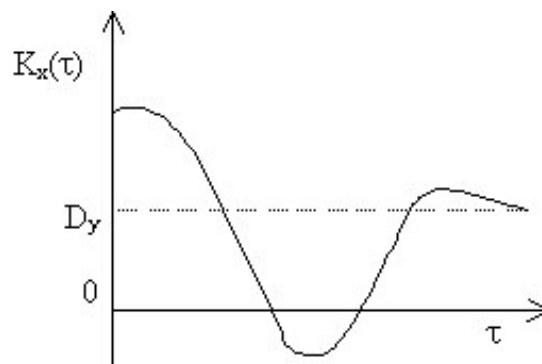
$$K_x(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T [X(t) - \bar{X}][X(t + \tau) - \bar{X}] dt = konst. \quad (14)$$

Pro $\tau = 0$ je $K_x(\tau = 0) = D_x$

O ergodičnosti či neergodičnosti stacionární náhodné funkce vypovídá též tvar korelační funkce:



Obr.10a Korelační funkce stacionární náhodné funkce s ergodickou vlastností



Obr.10b Korelační funkce stacionární náhodné funkce bez ergodičnosti

Pro ergodickou stacionární náhodnou funkci platí, že při $\tau \rightarrow \infty$ konverguje korelační funkce k nule $K_x \rightarrow 0$ (viz obr.10a).

Korelační funkce stacionární náhodné funkce bez ergodičnosti při $\tau \rightarrow \infty$ nekonverguje k nule, ale k hodnotě D_y (viz obr.10b).

1.2.3. Spektrální rozklad stacionární náhodné funkce

1.2.3.1. Základy teorie Fourierových řad

Prakticky každá funkce $f(x)$, s níž se setkáváme v technických vědách, lze rozvinout ve Fourierovu řadu:

$$f(x) = a_0 + \sum_{k=1}^{\infty} (a_k \cos kx + b_k \sin kx) = \quad (15)$$

$$a_0 + (a_1 \cos x + b_1 \sin x) + (a_2 \cos 2x + b_2 \sin 2x) + \dots$$

Funkce se tedy vyjadřuje jako součet jednotlivých „kmitů“, který se pro $k=n$ nazývá n-tá harmonická.

Při harmonické analýze se určují Fourierovy koeficienty $a_0, a_1, a_2, \dots, a_n, b_1, b_2, \dots, b_n$.

Pro výpočet Fourierových koeficientů se používají tyto vzorce:

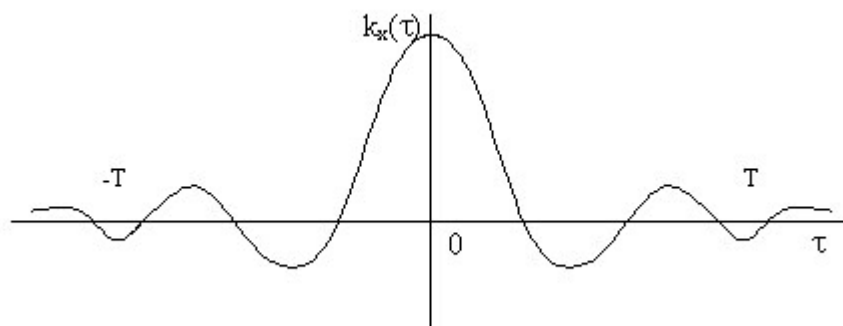
$$\begin{aligned}
 a_0 &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(x) dx \\
 a_k &= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(x) \cos kx dx \\
 b_k &= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(x) \sin kx dx
 \end{aligned} \tag{16}$$

U sudé funkce ($f(x)=f(-x)$) jsou všeschny koeficienty $b_k=0$, dostaneme ryze kosinovou řadu.

1.2.3.2. Spektrální rozklad

Jestliže nějaký proces vlnění je součtem harmonických vlnění, pak spektrum procesu vlnění se nazývá funkce popisující rozdělení amplitud podle různých frekvencí. I stacionární náhodný proces lze popsat pomocí spektrálního rozkladu s tím rozdílem, že pro náhodný proces jsou amplitudy vlnění náhodnými proměnnými. Proto *spektrum stacionární náhodné funkce* bude popisovat *rozdělení rozptylů podle různých frekvencí*.

Korelační funkce $k_x(\tau)$ náhodné funkce $X(t) - \bar{X}$ je sudá funkce a lze ji graficky vyjádřit jako symetrickou křivku:



Obr.11 Korelační funkce

Při změně t_1 a t_2 od 0 do T se argument $\tau = t_2 - t_1$ mění od $-T$ do T . Sudou funkci na intervalu $(-T, T)$ lze rozložit na Fourierovu řadu s použitím pouze sudých (kosinusových) funkcí:

$$k_x(\tau) = \sum_{k=0}^{\infty} D_k \cos \omega_k \tau \tag{17}$$

kde :

$$\omega_k = k\omega_1$$

$$\omega_1 = \frac{2\pi}{2T} = \frac{\pi}{T} \tag{18}$$

koeficienty D_k se určí pomocí vzorců:

$$D_0 = \frac{1}{2T} \int_{-T}^T k_x(\tau) d\tau \quad (19)$$

$$D_k = \frac{1}{T} \int_{-T}^T k_x(\tau) d\tau$$

Protože funkce $k_x(\tau)$ a $\cos \omega_k \tau$ jsou sudé, můžeme vzorec (17) transformovat do tvaru:

$$D_0 = \frac{1}{T} \int_0^T k_x(\tau) d\tau \quad (20)$$

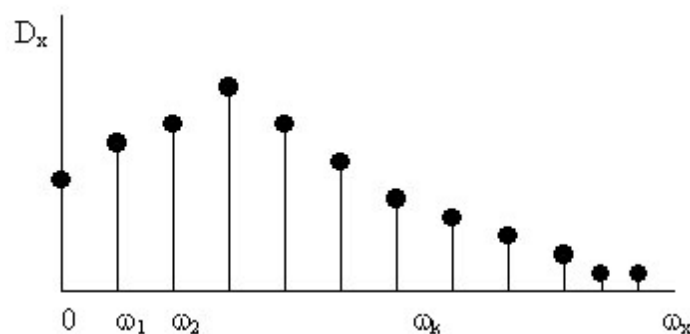
$$D_k = \frac{2}{T} \int_0^T k_x(\tau) \cos(\omega_k \tau) d\tau$$

získáme tak spektrální rozklad, který zobrazuje stacionární náhodnou funkci $X(t) - \bar{X}$ rozloženou na intervalu $(-T, T)$ na harmonické vlnění různých frekvencí:

$\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_k, \dots$. Amplitudy těchto vlnění jsou náhodné proměnné.

Z věty o rozptylu lineární funkce nekorelovaných náhodných proměnných [1] vyplývá, že rozptyl stacionární náhodné funkce se rovná součtu rozptylů jejího spektrálního rozkladu.

Rozdělení rozptylů podle frekvencí je možné znázornit ve tvaru tzv. spektra rozptylů. Na osu x se nanáší frekvence $\omega_0=0, \omega_1, \omega_2, \dots, \omega_k, \dots$ a na osy y odpovídající rozptyly (obr.12).



Obr.12 Čárové spektrum rozptylů stacionární náhodné funkce na konečném časovém úseku $(0, T)$

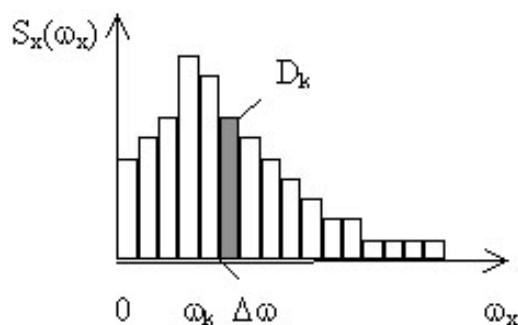
Při $T \rightarrow \infty$ se $\omega_l = 2\pi/2T \rightarrow 0$, proto se vzdálenosti mezi frekvencemi, v kterých se sestavuje spektrum, budou nekonečně zmenšovat. Diskrétní (čárové) spektrum se bude přibližovat spojitému. Každému libovolně malému intervalu frekvencí $\Delta\omega$ bude odpovídat elementární rozptyl $\Delta D(\omega)$. Do grafu spektra disperzí se již na osu y nevynáší rozptyl D_x , ale průměrná hustota rozptylů, tj. rozptyl připadající na jednotku délky daného intervalu frekvencí $S_x(\omega_x)$ (viz obr.13).

Vzdálenost mezi jednotlivými frekvencemi $\Delta\omega$:

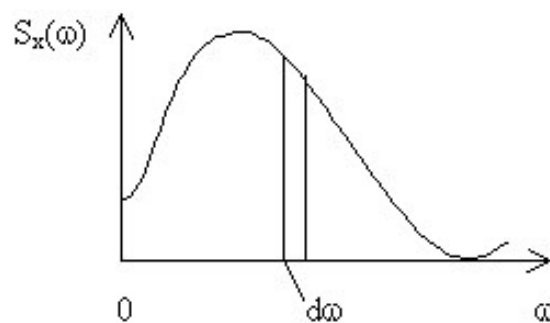
$$\omega_1 = \frac{2\pi}{2T} = \Delta\omega$$

Průměrná hustota rozptylů na intervalu $\Delta\omega$:

$$S_x(\omega_k) = \frac{D_k}{\Delta\omega}$$



Obr. 13 Hustota rozdělení rozptylů podle frekvencí



Obr. 14 Hustota rozdělení rozptylů podle frekvencí spojitého spektra

Jestliže $\Delta\omega \rightarrow 0$ pak se stupňovitá křivka (obr. 13) bude přibližovat k hladké křivce (obr. 14). Funkce $S_x(\omega)$ se nazývá *spektrální hustota rozptylů* (resp. spektrální hustota stacionární náhodné funkce $X(t) - \bar{X}$). Platí pro ni vztah: $S_x(\omega) = \frac{dD_x(\omega)}{d\omega}$.

Plocha pod křivkou hustoty rozdělení rozptylů $S_x(\omega)$ se rovná rozptylu D_x náhodné funkce:

$$D_x = \int_0^{\infty} S_x(\omega) d\omega \quad (21)$$

Tento vztah představuje rozklad rozptylu D_x na součet elementárních složek $S_x(\omega) \cdot d\omega$, kde každá složka představuje rozptyl příslušející elementárnímu úseku frekvencí odpovídající bodu ω .

1.2.3.3. Vztah mezi spektrální hustotou a korelační funkcí

Jak již bylo řečeno, korelační funkce $k_x(\tau)$ stacionární náhodné funkce $X(t)$ je funkce sudá a lze ji rozložit na Fourierovu řadu s použitím pouze sudých funkcí:

$$k_x(\tau) = \sum_{k=0}^{\infty} D_k \cos \omega_k \tau$$

přičemž koeficient D_k podle vztahu (16) je: $D_k = \frac{2}{T} \int_0^T k_x(\tau) \cos(\omega_k \tau) d\tau$

Spektrální hustotu $S_x(\omega_k) = \frac{D_x(\omega_k)}{\Delta\omega}$ získáme Fourierovou transformací autokorelační funkce:

$$S_x(\omega_k) = \frac{2}{\pi} \int_0^T k_x(\tau) \cdot \cos \omega_k \tau d\tau \quad (22)$$

pro $T \rightarrow \infty$ platí:

$$k_x(\tau) = \int_0^\infty S_x(\omega) \cos(\omega\tau) d\omega \quad (23)$$

$$S_x(\omega) = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty k_x(\tau) \cdot \cos(\omega\tau) d\tau \quad (24)$$

Normovanou spektrální hustotu $s_x(\omega) = \frac{S_x(\omega)}{D_x(\omega)}$ lze získat obdobně jako spektrální hustotu

Fourierovou transformací normované autokorelační funkce:

$$r_x(\tau) = \int_0^\infty s_x(\omega) \cdot \cos(\omega\tau) d\omega \quad (25)$$

Vztah platí i naopak:

$$s_x(\omega) = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty r_x(\tau) \cos(\omega\tau) d\tau \quad (26)$$

Celkový obsah normované spektrální hustoty ohraničené grafem se rovná 1.

$$\int_0^\infty s_x(\omega) d\omega = 1 \quad (27)$$

1.3. Transformace stacionární náhodné funkce lineárním dynamickým systémem

Obsahem aplikované teorie náhodných funkcí (statistické dynamiky) je studium vlastností tzv. dynamických systémů a stanovení jejich optimálních parametrů zajišťujících jejich práci s minimálními poruchami a chybami.

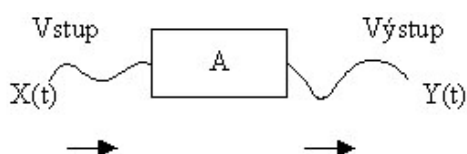
1.3.1. Vysvětlení základních pojmů

1.3.1.1. Stacionární lineární dynamický systém

Dynamický systém: pod pojmem dynamický systém rozumšme jakškoliv mechanické, elektronické, či jiné zařizení. V přádelně je dynamickým systšmem každý přádelnický stroj s plynulým podáváním a vřstupem produktu.

Vstupem do dynamického systému je náhodná funkce $X(t)$ (nazývaná též vliv)(v našem případě funkce hmotnosti (jemnosti) v závislosti na čase nebo délce), kterou dynamický systém podle určitého pravidla transformuje a na vřstupu ze systému se objevuje jiná náhodná funkce $Y(t)$ (též reakce systému). Transformaci lze zapsat:

$$Y(t) = A\{X(t)\}$$



Obr.15 Pracovní schéma dynamického systému

Kde A .. operátor dynamického systému nebo-li pravidlo, podle kterého dynamický systém náhodnou funkci na vřstupu $X(t)$ transformuje v náhodnou funkci na vřstupu $Y(t)$. Můžš to být např. vynásobení vstupní funkce danou konstantou, integrování, derivování. V praxi se vřak systšmy, které uskutečňují takovéto jednoduché operaci prakticky nevyskytují.

Práce systému se obvykle popisuje diferenciálními rovnicemi. Tato diferenciální rovnice má obvykle tvar:

$$\begin{aligned} a_n \frac{d^n y(t)}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} y(t)}{dt^{n-1}} + \dots + a_1 \frac{dy(t)}{dt} + a_0 y(t) = \\ b_m \frac{d^m x(t)}{dt^m} + b_{m-1} \frac{d^{m-1} x(t)}{dt^{m-1}} + \dots + b_1 \frac{dx(t)}{dt} + b_0 x(t) \end{aligned} \quad (28)$$

Po zavedení $p = \frac{dx(t)}{dt}$, $p^2 = \frac{d^2 x(t)}{dt^2}$, atd., kde p je operátor derivování a po označení polynomů:

$$A_n(p) = a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_1 p + a_0$$

$$B_m(p) = b_m p^m + b_{m-1} p^{m-1} + \dots + b_1 p + b_0$$

lze rovnicí (28) zapsat ve tvaru:

$$A_n(p)y(t) = B_m(p)x(t) \quad (29)$$

Řešení lze zapsat v symbolické formě :

$$y(t) = \frac{B_m(p)}{A_n(p)} x(t) \quad (30)$$

Podle typu operátoru se dynamické systémy dělí na lineární a nelineární.

Lineární dynamický systém je takový systém, jehož operátor je lineární:

$$Y(t) = L\{X(t)\}$$

Tj. splňuje podmínky linearity:

$$1) L\{X_1(t) + X_2(t)\} = L\{X_1(t)\} + L\{X_2(t)\} \quad (31)$$

Lineární transformace součtu dvou náhodných funkcí se rovná součtu lineárních transformací jednotlivých funkcí.

$$2) L\{cX(t)\} = cL\{X(t)\} \quad (32)$$

Konstantu lze vytknout před znak operátoru

$$3) L\{0\} = 0 \quad (33)$$

Při nulové vstupní náhodné funkci se reakce systému rovná nule.

Příklady lineárních operátorů: operátor integrování, derivování, násobení funkcí atd.

Nelineární dynamický systém je systém, jehož operátor je nelineární. Příklady nelineárních operátorů:

$$y(t) = x^2(t) \quad y(t) = \int_0^t x^3(\tau) d\tau \quad y(t) = \sin x(t)$$

Lineární dynamické systémy se v praxi vyskytují velmi často. Ještě častěji se však vyskytují systémy, které nejsou přesně lineární, ale ve známých mezích připouštějí linearizaci. Jestliže náhodné odchylky na vstupu systému jsou dostatečně malé, pak prakticky libovolný systém se může považovat (v rámci těchto malých odchylek) za přibližně lineární, stejně jako lze libovolnou funkci při dostatečně malých náhodných změnách argumentu linearizovat.

Stejně jako číselné charakteristiky lineárních funkcí prostých náhodných proměnných lze získat z číselných charakteristik argumentů, tak i charakteristiky náhodné funkce na výstupu lineárního dynamického systému je možné určit v případě znalosti operátoru systému a charakteristik vstupní náhodné funkce. Při lineární transformaci se střední funkce z realizací

náhodné funkce na vstupu (střední hodnota náhodné funkce) podrobí stejné lineární transformaci a korelační funkce se podrobí téže lineární transformaci dvojnásobně podle jednoho a druhého argumentu.

Stacionární dynamický systém se nazývá dynamický systém v případě, že vstupní náhodná funkce $X(t)$ i výstupní náhodná funkce $Y(t)$ jsou stacionární.

Podmínky stacionarity náhodné funkce jsou uvedeny výše, viz kap.1.2.-Stacionární náhodná funkce. Ve stručnosti pro zopakování: stacionární náhodné funkce jsou charakterizovány tím, že pro libovolný argument t zůstává střední hodnota $E[X(t)]$ a rozptyl $D_x(t)$ konstantní a korelační funkce $K_x(\tau)$ je funkcí jedné proměnné $\tau = t_2 - t_1$.

Stacionární lineární dynamický systém je tedy systém jehož operátor je lineární (splňuje podmínky linearity) a vstupní náhodná funkce spolu s výstupní náhodnou funkcí jsou stacionární.

1.3.1.2. Přenosová funkce

Harmonický pohyb můžeme znázornit na komplexní rovině vektorem s konstantní amplitudou, který se otáčí v kladném smyslu úhlovou rychlostí ω . Rovnici kmitů lze zapsat:

$$X_1(t) = A_1(\omega) \cdot e^{j\omega t} = A_1(\omega) [\cos \omega t + j \sin \omega t] \quad (34)$$

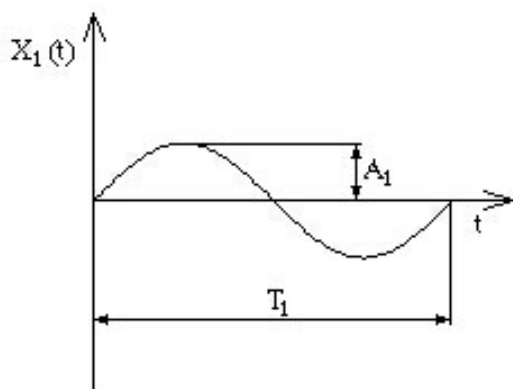
Vstupují-li do dynamického systému harmonické kmity určité frekvence, pak na výstupu ze systému získáváme tytéž kmity se stejnou frekvencí, ale s jinou amplitudou a určitým fázovým posunutím:

$$X_2(t) = A_2(\omega) \cdot e^{j(\omega t + \varphi)} = A_2(\omega) [\cos(\omega t + \varphi) + j \sin(\omega t + \varphi)] \quad (35)$$

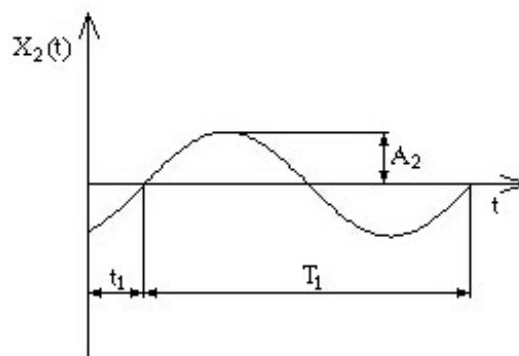
kde: $A_{1,2}$... amplituda vstupních, resp. výstupních kmitů

φ fázové posunutí

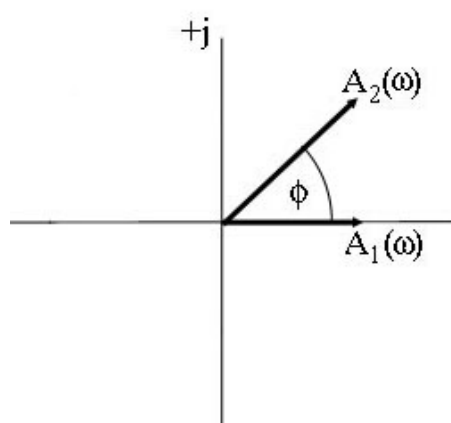
ω úhlová rychlost



Obr. 16 Vstupní kmitý



Obr.17 Výstupní kmitý



Obr. 18 Znáornění harmonického pohybu v komplexní rovině

Poměr výstupního a vstupního signálu nazýváme *přenosová funkce (frekvenční charakteristika)*:

$$F(j\omega) = \frac{X_2(t)}{X_1(t)} = \frac{A_2(\omega) \cdot e^{j(\omega t + \varphi)}}{A_1(\omega) \cdot e^{j\omega t}} = \frac{A_2(\omega)}{A_1(\omega)} \cdot e^{j\varphi} \quad (36)$$

Komplexní funkce $F(j\omega)$ udává, jak se mění výstupní kmitý co do amplitudy a fáze v závislosti na frekvenci, udržujeme-li amplitudu vstupních kmitů konstantní. Modulem funkce $F(j\omega)$ je poměr amplitud výstupních a vstupních kmitů:

$$\text{mod } F(j\omega) = |F(j\omega)| = \frac{A_2(\omega)}{A_1(\omega)} \quad (37)$$

Obecná závislost mezi vstupním signálem (kmitem, náhodnou funkcí) $X_1(t)$ a výstupním signálem $X_2(t)=y(t)$ je dána dříve uvedenou rovnicí (28):

$$a_n \frac{d^n y(t)}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} y(t)}{dt^{n-1}} + \dots + a_1 \frac{dy(t)}{dt} + a_0 y(t) =$$

$$b_m \frac{d^m x(t)}{dt^m} + b_{m-1} \frac{d^{m-1} x(t)}{dt^{m-1}} + \dots + b_1 \frac{dx(t)}{dt} + b_0 x(t)$$

Zavedeme-li:

$$x(t) = X_1(t) = A_1(\omega) \cdot e^{j\omega t} \qquad y(t) = X_2(t) = A_2(\omega) \cdot e^{j(\omega t + \varphi)}$$

$$x'(t) = X_1'(t) = j\omega A_1(\omega) \cdot e^{j\omega t} \qquad y'(t) = X_2'(t) = j\omega A_2(\omega) \cdot e^{j(\omega t + \varphi)}$$

$$\dots \qquad \dots$$

$$\dots \qquad \dots$$

$$x^{(m)}(t) = X_1^{(m)}(t) = (j\omega)^m \cdot A_1(\omega) \cdot e^{j\omega t} \qquad y^{(n)}(t) = X_2^{(n)}(t) = (j\omega)^n \cdot A_2(\omega) \cdot e^{j(\omega t + \varphi)}$$

a dosademe-li do rovnice (28) získáme:

$$A_2(\omega) \cdot e^{j(\omega t + \varphi)} [a_n (j\omega)^n + \dots + a_1 j\omega + a_0] = A_1(\omega) \cdot e^{j\omega t} [b_n (j\omega)^m + \dots + b_1 (j\omega) + b_0] \quad (38)$$

Vypoeteme-li z této rovnice poměr

$$\frac{A_2(\omega) \cdot e^{j(\omega t + \varphi)}}{A_1(\omega) \cdot e^{j\omega t}} = \frac{A_2(\omega)}{A_1(\omega)} \cdot e^{j\varphi}$$

dostaneme pro přenos výraz:

$$F(j\omega) = \frac{b_m (j\omega)^m + \dots + b_2 (j\omega)^2 + b_1 (j\omega) + b_0}{a_n (j\omega)^n + \dots + a_2 (j\omega)^2 + a_1 (j\omega) + a_0} \quad (39)$$

Roznasobeme-li výraz (38) a aplikujeme-li na kady člen rovnice Laplaceovu transformaci získáme:

$$(a_n s^n + \dots + a_1 s + a_0) F_2(s) = (b_m s^m + \dots + b_1 s + b_0) F_1(s) \quad (40)$$

Odtud :

$$\frac{F_2(s)}{F_1(s)} = \frac{b_m s^m + \dots + b_1 s + b_0}{a_n s^n + \dots + a_1 s + a_0} = F(s) = \frac{L\{X_2(t)\}}{L\{X_1(t)\}} \quad (41)$$

Výraz (41) je totožný s výrazem (39) pro $s=j\omega$

Použitím Laplaceovy transformace náhodné funkce můžeme tedy definovat **přenos** jako *poměr operátorového obrazu výstupního signálu (náhodné funkce) ku obrazu vstupního signálu (náhodné funkce)*:

$$F(s) = \frac{L\{X_2(t)\}}{L\{X_1(t)\}} \quad (42)$$

Laplaceova transformace spočívá v tom, že danou funkci vynásobíme výrazem e^{-st} a integrujeme v mezích od 0 do ∞ , tj.:

$$L\{X_1(t)\} = \int_0^{\infty} X_1(t) \cdot e^{-st} dt = F_1(s)$$

Dále platí [3]:

$$L\left\{\frac{d^n X(t)}{dt^n}\right\} = s^n F(s)$$

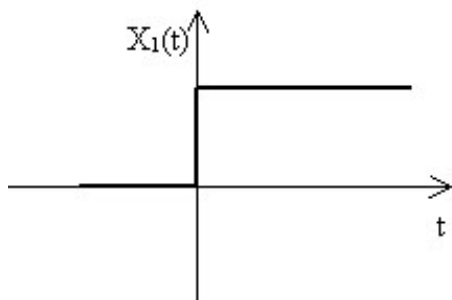
a

$$L\{X(t-T)\} = e^{-sT} L\{X(t)\}, \text{ kde } T \dots \text{ časový posuv}$$

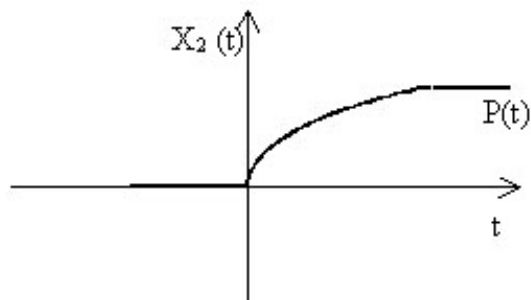
1.3.1.3. Další přenosové charakteristiky

V praxi se často setkáváme s dalšími přenosovými charakteristikami. Mezi ně patří:

- a) **Přechodová funkce** $P(t)$ - odezva na jednotkový skok, při nulových počátečních podmínkách:

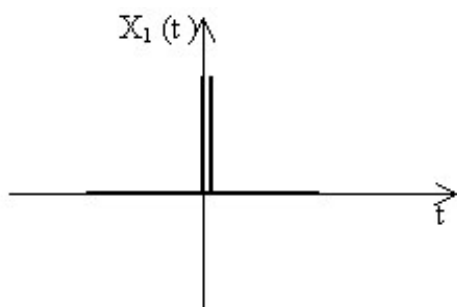


Obr.19 Jednotkový skok

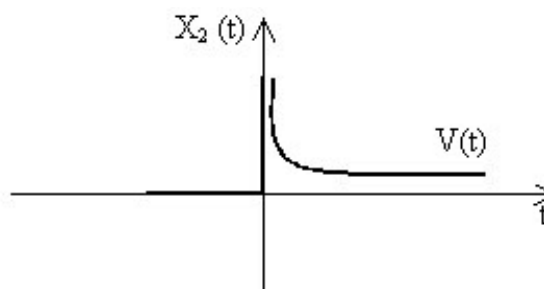


Obr.20 Přechodová funkce

- b) **Váhová funkce** $V(t)$ - odezva na jednotkový impuls:



Obr.21 Jednotkový impuls



Obr.22 Váhová funkce

Obrazem jednotkového impulsu je 1. Označíme-li jednotkový impuls (viz obr.21) symbolem $\delta(t)$, pak:

$$L\{\delta(t)\} = 1$$

Známe-li přenos a vstupní funkci, pak obraz výstupní funkce je obecně:

$$L\{X_2(t)\} = L\{X_1(t)\} \cdot F(s) \quad (43)$$

Dosazením za $L\{X_1(t)\} = L\{\delta(t)\} = 1$

získáme $L\{X_2(t)\} = L\{V(t)\} = 1 \cdot F(s)$

Přenos je tedy operátorovým obrazem váhové funkce.

Obraz jednotkového skoku: $L\{H(t)\} = \frac{1}{s}$

Kde: $H(t)$... označení jednotkového skoku

Mezi jednotkovým skokem a jednotkovým impulsem (resp. přechodovou $P(t)$ a váhovou $V(t)$ funkcí) platí vztah:

$$\frac{dH(t)}{dt} = \delta(t) \quad ; \quad \frac{dP(t)}{dt} = V(t) \quad (44)$$

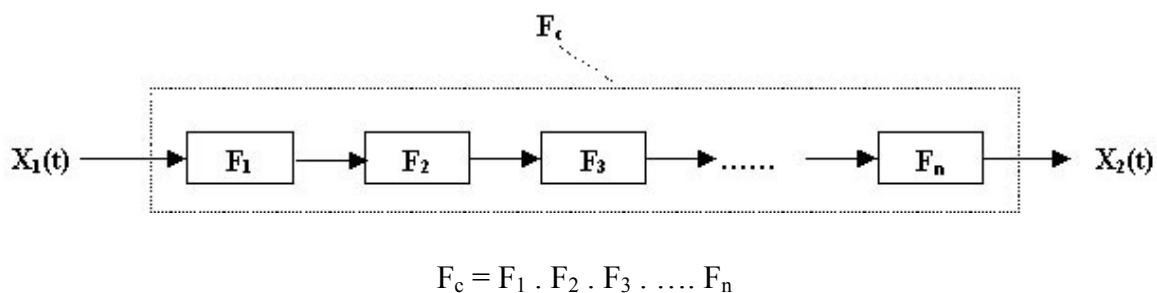
dosazením do (43) s využitím (44) získáme: $L\{X_2(t)\} = L\left\{\frac{dP(t)}{dt}\right\} = F(s)$

Přenos lze tedy vyjádřit rovněž jako operátorový obraz derivace přechodové funkce.

1.3.1.4. Algebra přenosů

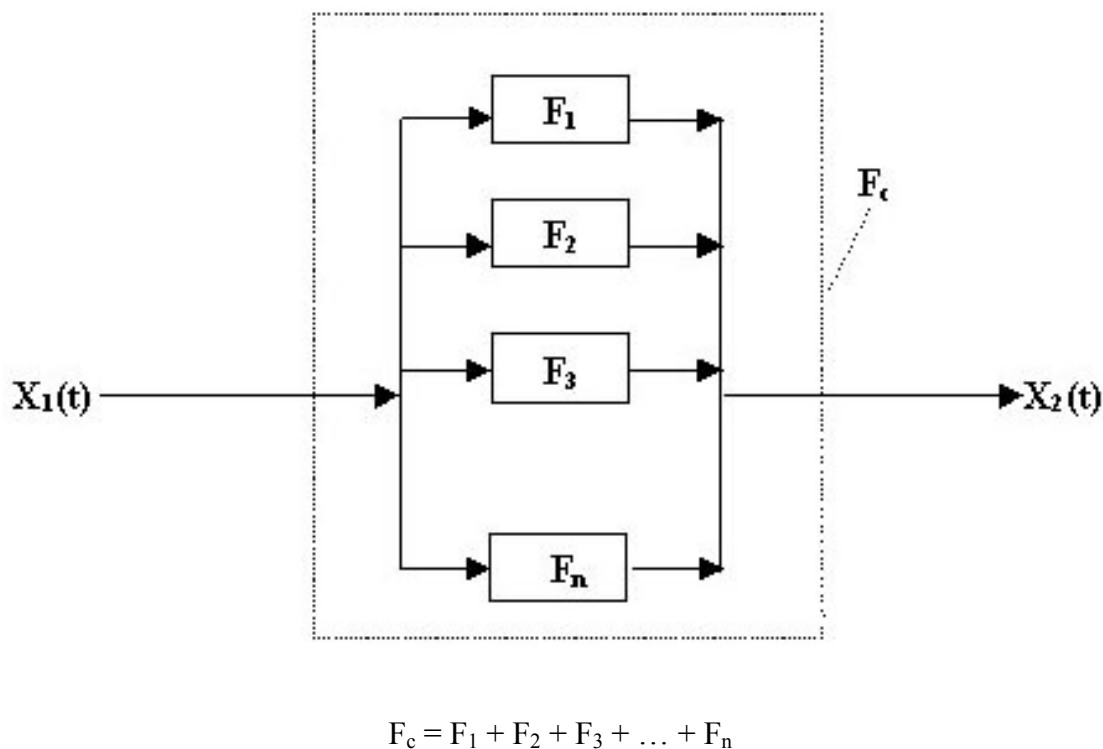
Dynamický systém může být složen z řady dílčích dynamických systémů řazených sériově nebo paralelně.

V případě *sériového* řazení dílčích dynamických systémů se celkový přenos určí jako *součin* dílčích přenosů odpovídajících jednotlivým systémům.



Obr.23 Sériové řazení dílčích dynamických systémů

V případě *paralelního* řazení dílčích dynamických systémů se celkový přenos určí jako *součet* dílčích přenosů.



Obr.24 Paralelní řazení dílčích dynamických systémů

1.3.2. Transformace stacionární náhodné funkce

Aplikace Laplaceovy transformace na vstupní a výstupní náhodnou funkci je jedna z možností, jak určit přenos dynamického systému.

Pokud vstupní a výstupní náhodná funkce je stacionární, pak transformaci náhodné funkce je možné převést na transformaci jedné nenáhodné funkce - spektrální hustoty $S_x(\omega)$. Pak při transformaci stacionární náhodné funkce stacionárním lineárním dynamickým systémem se každá souřadnice spektra vynásobí čtvercem modulu frekvenční charakteristiky systému pro odpovídající frekvenci. Z toho je zřejmé, že při transformaci stacionární náhodné funkce stacionárním lineárním dynamickým systémem se její spektrální hustota vynásobí čtvercem modulu frekvenční charakteristiky systému:

$$S_{x_2}(\omega) = |F(j\omega)|^2 \cdot S_{x_1}(\omega)$$

Ze znalosti charakteristik náhodné funkce na vstupu (střední hodnota m_x , korelační funkce $K_x(\tau)$ a frekvenční charakteristiky systému $\varphi(\omega)$) lze určit charakteristiky náhodné funkce na výstupu:

- 1) Střední hodnota na výstupu:

$$m_y = F(0) \cdot m_x = \frac{b_0}{a_0} m_x$$

- 2) Pomocí korelační funkce nalezneme spektrální hustotu na vstupu:

$$S_x(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} k_x(\tau) \cdot e^{-i\omega\tau} d\tau$$

- 3) Frekvenční charakteristika systému a čtverec modulu ze vztahu (36):

$$|F(j\omega)|^2 = \frac{|B_m(j\omega)|^2}{|A_n(j\omega)|^2}$$

- 4) Spektrální hustota na výstupu:

$$S_y(\omega) = |F(j\omega)|^2 \cdot S_x(\omega)$$

- 5) Korelační funkce na výstupu:

$$k_y(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} S_y(\omega) e^{i\omega\tau} d\omega$$

- 6) Rozptyl na výstupu získáme z předešlého vztahu dosazením $\tau = 0$ tj:

$$D_y = \int_{-\infty}^{\infty} S_y(\omega) \cdot d\omega$$

1.4. Aplikace stacionární náhodné funkce v teorii hmotové nestejnomyernosti

Hmotovou nestejnomyerností rozumíme spojité kolísání hmotnosti krátkých úseků delkového vláknenného produktu. Kolísání hmotnosti delkového produktu je ergodická stacionární náhodná funkce, která se v průběhu zpracování produktu různě transformuje, tj. po každé operaci dochází ke změně hmotové nestejnomyernosti produktu. K transformaci hmotové nestejnomyernosti dochází hlavně při operacích, jejichž součástí je druzení a protahování (zjemňování).

Na změnu hmotové nestejnomyernosti má velký vliv samotné pracovní zařízení. Jak již bylo řečeno, jakýkoli stroj v přádelně s plynulým podáváním a výstupem produktu může být považován za dynamický systém. Tímto dynamickým systémem se náhodná funkce na vstupu (funkce hmotnosti (jemnosti) v závislosti na čase nebo délce) transformuje v náhodnou funkce výstupní. Změna hmotové nestejnomyernosti může nastat buď ve smyslu kladném (zlepšení) nebo záporném (zhoršení). O tom, zda došlo, či nedošlo ke změně hmotové nestejnomyernosti vypovídá **modul přenosové funkce** (37). Modul vyjadřuje vyrovnávací účinnost dynamického systému, tj. udává, v jakých frekvencích (resp. vlnových délkách) je schopen systém vyrovnat nestejnomyernost.

Fourierovu transformaci využívá aparatura k měření hmotové nestejnomyernosti Uster-Tester k sestavení spektrogramu. Signál (kolísání hmotnosti) je rozložen na řadu harmonických složek s příslušnými vlnovými délkami (viz kap.2.2.2.1. Spektrogram a jeho vyhodnocení).

1.4.1. Využití modulu poměrné přenosové funkce

Jak již bylo uvedeno (kap.1.3.1.2. Přenosová funkce), modul přenosové funkce vyjadřuje průběh poměru amplitud harmonických složek na výstupu (vláknenná stužka, resp. příze) a vstupu (vláknenný tok):

$$\text{mod } F(j\omega) = |F(j\omega)| = \frac{A_2(\omega)}{A_1(\omega)},$$

kde: $|F(j\omega)|$ modul přenosové funkce

$A_1(\omega), A_2(\omega)$ amplituda vstupního, výstupního signálu

a vypovídá o vyrovnávací účinnosti dynamického systému.

Obecně platí, že pokud získáme hodnoty modulu přenosové funkce $|F(j\omega)| > 1$, dynamický systém nestejnomyernost nevyrovnává, ale prohlubuje. Hodnoty modulu $|F(j\omega)| < 1$ znamenají, že dynamický systém vyrovnává nestejnomyernost.

Mezi nejcastěji používané sprádací procesy v technologii výroby příze patří procesy protahování a druzení. Transformaci hmotové nestejnomyernosti vlákněného produktu vlivem těchto procesů lze sledovat právě na již zmíněných modulech poměrné přenosové funkce příslušného systému. V případě, že sprádací systém je tvořen z několika dílčích systémů (např. rotorový dopřádací systém), pro zjištění modulu poměrné přenosové funkce celého systému se aplikuje algebra přenosů (viz. kap. 1.3.1.4.).

1.4.1.1. Modul poměrné přenosové funkce průtahu

Teoretický průběh modulu poměrné přenosové funkce průtahu má podle odvození uvedeného v [2] tvar:

$$|F^*(\lambda)| = \left| P \cdot \frac{\sin \pi \frac{l}{\lambda}}{\sin \pi \frac{l}{\lambda} P} \right| \quad (45)$$

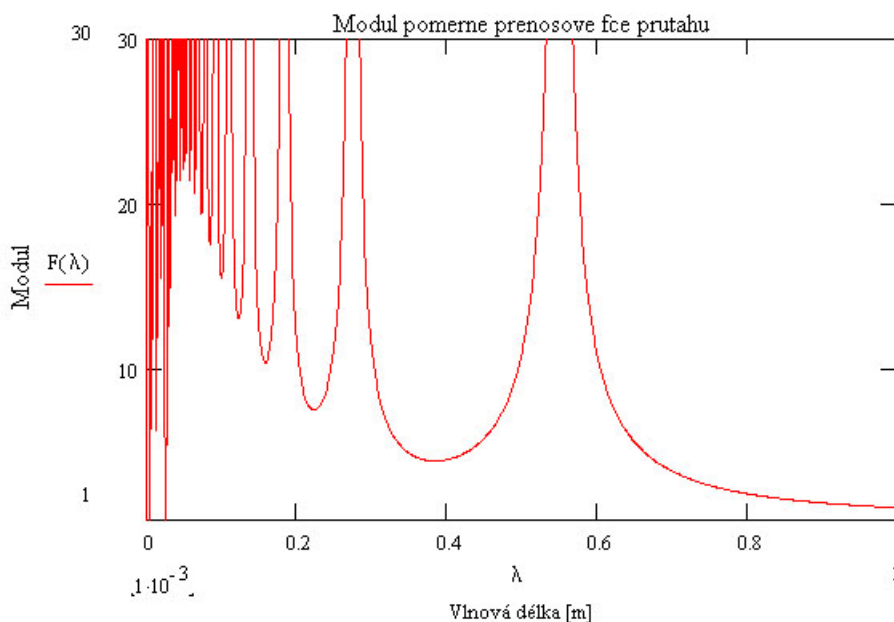
Kde: $|F^*(\lambda)|$... modul poměrné přenosové funkce průtažného systému

l ... délka vlákna [m]

P ... průtah

λ ... vlnová délka harmonické složky hmotné nestejnomyernosti [m]

V případě ideálního průtahu by průběh modulu poměrné přenosové funkce měl tvar viz obr.25. Byl použit průtah $P = 22$ a střední délka vláken $\bar{l} = 0,025$ m.



Obr.25 Průběh modulu poměrné přenosové funkce ideálního průtažového strojí

Z obr.25 vidíme, že s rostoucí vlnovou délkou klesají hodnoty modulu poměrné přenosové funkce průtahu. Tzn., že průtahové ústrojí prohlubuje nestejnomyernost vláknenného produktu na krátkých vlnových délkách.

1.4.1.2. Modul poměrné přenosové funkce systému cyklického družení

K cyklickému družení dochází ve sběrném povrchu spřádacího rotoru bezvřetenového dopřádacího stroje. Na sběrném povrchu rotoru se druží krátké vláknenné úseky, vzdálené o délkou obvodu rotoru. Rotorová příze je proto stejnoměrnější než prstencová v případě, že byla použita předloha stejného materiálu, jemnosti i stejnoměrnosti.

Byl odvozen modul poměrné přenosové funkce cyklického družení [2]:

$$|F_{sIV}^*(\lambda)| = \left| \frac{\sin \frac{\pi Nu}{\lambda}}{\frac{\pi Nu}{\lambda}} \right| = \left| \frac{\sin \frac{\pi}{\lambda_{Nu}}}{\frac{\pi}{\lambda_{Nu}}} \right| \quad (46)$$

přičemž $N = \pi d_3 Z \eta$

Kde: $|F_{sIV}^*(\lambda)|$... modul poměrné přenosové funkce cyklického družení

N cyklické družení

λ vlnová délka harmonické složky nestejnomyernosti[m]

λ_{Nu} vlnová délka vyjádřená jako násobek hodnoty součinu cyklického družení a obvodu sběrného povrchu [m]

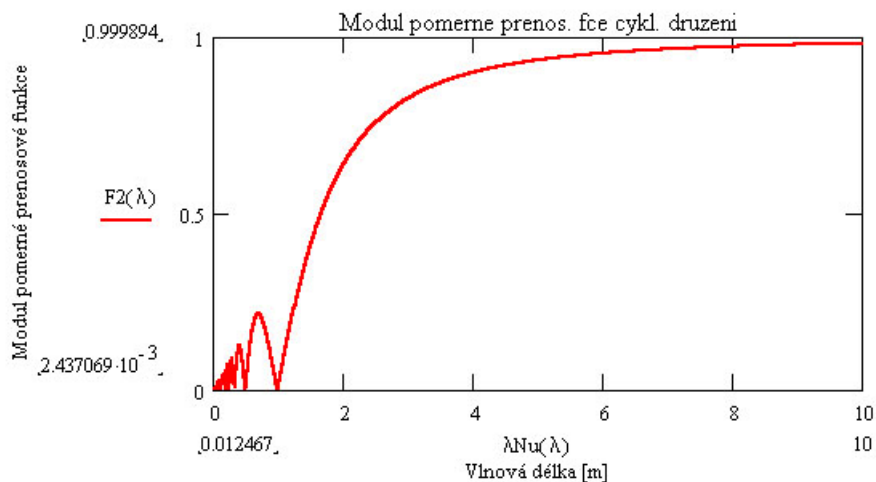
u obvod sběrného povrchu rotoru [m]

Z počet zákrut příze [1/m]

d_3 průměr sběrného povrchu rotoru [m]

η součinitel zkrácení příze vlivem zákrutu [1]

Průběh modulu pro vybranou přízi jemnosti $T = 29,5\text{tex}$, s počtem zákrutů $Z = 786/\text{m}$ a zvoleném průměru sběrného povrchu rotoru $d_3 = 33\text{mm}$ je uveden níže (obr.26).



Obr.26 Průběh modulu poměrné přenosové funkce systému cyklického družení $F_2(\lambda)$ v závislosti na vlnové délce λ_{Nu} , vyjádřené jako násobek hodnoty součinu cyklického družení a obvodu sběrného povrchu rotoru

Z průběhu grafu je patrné, že systém cyklického družení vykazuje značnou zestejnoměňující účinnost na vlnových délkách $\lambda \leq 1,25Nu$ s výjimkou $\lambda = u; u/2; u/3; u/4; \dots$ atd.. Naproti tomu nedochází k prakticky žádnému vyrovnávacímu účinku u harmonických složek o vlnové délce $\lambda > 4Nu$.

Obecně tedy systém cyklického družení vyrovnává neregularitu na velmi krátkých vlnových délkách s výjimkou délek:

$$\lambda = u, u/k_1, u/k_2, \dots, u/k_{max}$$

$$k_{max} = u/\lambda_{min}$$

λ ... vlnová délka, na které se nevyrovná neregularita [m]

k ... počet nevyrovnaných složek

u ... obvod sběrného povrchu rotoru [m]

Není možné však tvrdit, že cyklické družení vyrovná neregularitu i na velmi dlouhých úsecích pramene. Jak již bylo uvedeno, pomocí modulu poměrné přenosové funkce cyklického družení bylo dokázáno, že systém cyklického družení vyrovnává neregularitu do délky $\lambda = 4.N.u$ (délky úseku vlákného toku), což je v případě vlákného toku značná délka [2]. Avšak vlivem vysokého průtahu, ke kterému dochází při transformaci vláken z pramene ve vlákný tok se rapidně snižuje vlnová délka harmonické složky pramene, kterou je systém cyklického družení schopen vyrovnat. Tato maximální vlnová délka u pramene je tedy:

$$\lambda_0 = \frac{\lambda}{P_{03}} = \frac{4.u}{P_c}$$

Kde: λ_0 .. vlnová délka v pramenu [m]

u ... obvod rotoru [m]

P_{03} ..dílicí průtah ojednocovacího ústrojí

P_c ...celkový průtah rotorového spřádacího systému ($P_c = P_{03}/N$)

N ... cyklické družení

1.5. Seznam použitých symbolů v části I:

A	operátor dynamického systému
$A_{1,2}(\omega)$	amplituda vstupního, výstupního signálu
c	konstanta
$D_x(t)$	rozptyl náhodné funkce
d_3	průměr sběrného povrchu rotoru [m]
$\delta_x(t)$	střední kvadratická odchylka náhodné funkce
$\delta(t)$	jednotkový impuls
e	základ přirozeného logaritmu
E	operátor střední hodnoty
$F(j\omega)$	přenosová funkce dynamického systému
$F(s)$	obraz přenosové funkce
$ F(j\omega) $	modul přenosové funkce
$ F^*(\lambda) $	modul přenosové funkce průtahového systému v závislosti na vlnové délce
$ F^*_{SIV}(\lambda) $...	modul přenosové funkce cyklického družení v závislosti na vlnové délce
φ	fázové posunutí kmitů
$H(t)$	jednotkový skok
$K_x(t, t')$	korelační funkce
$k_x(\tau)$	autokorelační funkce
k.....	počet nevyrovnatelných složek hmotové nestejnomyernosti
L	lineární operátor
$L\{X(t)\}$	obraz náhodné funkce
l.....	délka vláken [m]
λ	vlnová délka harmonické složky kolísání nestejnomyernosti [m]
λ_{Nu}	vlnová délka vyjádřená jako násobek hodnoty součinu cyklického družení a obvodu sběrného povrchu rotoru [m]
$m_{y,x}$	střední hodnota náhodné funkce na výstupu, vstupu
N.....	cyklické družení
n	počet realizací

P	průtah
P_{03}	dílčí průtah ojednocovacího systému rotorového dopřadacího stroje
P_c	celkový průtah rotorového spřadacího systému
$P(t)$	přechodová funkce
$r_x(t, t')$	normovaná korelační funkce
$\rho_x(\tau)$	normovaná autokorelační funkce
$S_x(\omega)$	spektrální hustota rozptylů (spojité spektrum)
$s_x(\omega)$	normovaná spektrální hustota
t	čas [s]
T	perioda
u	obvod sběrného povrchu rotoru [m]
$V(t)$	váhová funkce
ω	úhlová frekvence harmonického kmitání
$X(t)$	náhodná funkce
$X_1(t)$	náhodná funkce na vstupu
$X_2(t), Y(t)$..	náhodná funkce na výstupu

II. VYBRANÉ PARTIE Z PROBLEMATIKY HMOTOVÉ NESTEJNOMĚRNOSTI

2.1. Význam hmotové nestejnomyěrnosti

Jak už bylo několikrát uvedeno v předchozí části, pod pojmem hmotová nestejnomyěrnost (dále označována zkratkou HN) rozumíme kolísání hmoty vláken v průřezu nebo určitých délkových úsecích délkového vláknenného útvaru.

Hmotová nestejnomyěrnost délkového vláknenného útvaru je důležitá a v poslední době i často sledovaná vlastnost, neboť do určité míry ovlivňuje i další vlastnosti příze – zákrut, pevnost. Rovněž se negativně projevuje i v plošných textiliích – mrakovitost, pruhovitost, moiré efekt (viz kap. 2.6. Projev hmotové nestejnomyěrnosti příze v plošné textilii). Proto je třeba tuto vlastnost délkovyých textilií sledovat již od počátku zpracovatelského procesu výroby příze. Je třeba ji nejen kontrolovat, ale i správně vyhodnocovat, aby na základě tohoto vyhodnocení mohly být provedeny patřičné zásahy do technologie, tak aby hmotová nestejnomyěrnost byla snížena na co nejmenší možnou míru..

K porovnávání úrovně hmotové nestejnomyěrnosti a její analýze slouží řada parametrů a charakteristických funkcí.

2.2. Vyjádření hmotové nestejnomyěrnosti

Hmotová nestejnomyěrnost může být vyjádřena:

a) PARAMETRY:

- lineární hmotová nestejnomyernost U [%]
- kvadratická hmotová nestejnomyernost CV [%]
- limitní hmotová nestejnomyernost CV_{lim} [%]
- index nestejnomyernosti I
- výrobní nestejnomyernost CV_f [%]
- strojová nestejnomyernost CV_m [%]

b) CHARAKTERISTICKÝMI FUNKCEMI:

- spektrogram
- delková variační funkce
- modul poměrné přenosové funkce

2.2.1. Parametry hmotové nestejnomyernosti

a) Lineární hmotová nestejnomyernost

Lineární hmotová nestejnomyernost vyjadřuje střední lineární odchylku od střední hodnoty hmotnosti delkového úseku vláknenného útvaru.

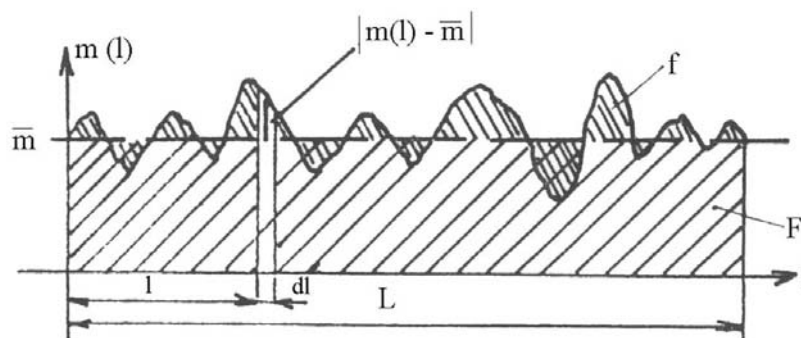
$$U = \frac{100}{\bar{m} \cdot L} \int_0^L |m(l) - \bar{m}| dl \quad (47)$$

Kde: U lineární hmotová nestejnomyernost [%]

$m(l)$... okamžitá hodnota hmotnosti delkového úseku přádelnického produktu

\bar{m} ... střední hodnota hmotnosti

L délka úseku



Obr.27 Grafické znázornění střední lineární nestejnomyernosti U

b) Kvadratická hmotová nestejnomyernost

Kvadratická hmotová nestejnomyernost je variační koeficient hmotnosti delkovych úseků vláknenného útvaru. Je definována:

$$CV = \frac{100}{\bar{m}} \sqrt{\frac{1}{L} \int_0^L (m(l) - \bar{m})^2 dl} \quad (48)$$

Kde: CV ... kvadratická hmotová nestejnomyernost [%]

$m(l)$... okamžitá hodnota hmotnosti delkového úseku přádelnického produktu

\bar{m} střední hodnota hmotnosti

L délka úseku

Automatické určení hodnot CV a U přádelnického produktu provádí přístroj USTER-TESTER (kap.2.4. - Měření hmotové nestejnomyernosti).

Mezi lineární nestejnomyernosti U a kvadratickou CV existuje přepočtový vztah [2] :

$$\frac{CV}{U} = 1,25 \quad (49)$$

$$U = 0,8CV$$

c) Limitní hmotová nestejnomyernost

Vyrobít absolutně stejnoměrnou přízi není možné, neboť vlákna jsou v přízi náhodně rozložena (rozložení vláken se popisuje Poissonovým rozdělením náhodné veličiny) a mají svoji vlastní nestejnomyernost (variabilita průřezu vláken).

Minimální možná nestejnomyernost se nazývá limitní nestejnomyernost. Tato nestejnomyernost je v literatuře definována různými vztahy. Všechny však vycházejí z Poissonova rozdělení náhodné veličiny, které je vyjádřeno:

$$P(n') = e^{-\lambda} \frac{\lambda^{n'}}{n'!} \quad (0 \leq n' < \infty) \quad (50)$$

$P(n')$... pravděpodobnost výskytu n' vláken v průřezu příze

n' obecný počet vláken v průřezu příze

λ parametr Poissonova rozdělení

e základ přirozených logaritmů ($e = 2,71828$)

Parametr λ může nabývat libovolné, kladné hodnoty a rovná se střední hodnotě i rozptylu.

$$\lambda = \bar{x}(n') = \sigma^2(n') \quad (51)$$

$\bar{x}(n')$ střední hodnota počtu vláken

$\sigma^2(n')$... rozptyl počtu vláken

Jestliže označíme n jako střední počet vláken v průřezu příze, pak:

$$n = \bar{x}(n') = \sigma^2(n') \quad (52)$$

Jak již bylo uvedeno, kvadratická hmotová nestejnomyernost CV je variační koeficient (v) hmotnosti úseku delkového vláknenného útvaru.:

$$CV = v = \frac{\sigma}{\bar{x}} \cdot 100 \quad [\%]$$

Vztah (50) tedy můžeme dosadit do vztahu pro variační koeficient:

$$CV_{lim} = \frac{\sigma(n')}{\bar{x}(n')} \cdot 100 = \frac{\sqrt{n}}{n} \cdot 100 = \frac{100}{\sqrt{n}}$$

$$\text{Vztah: } CV_{lim} = \frac{100}{\sqrt{n}}, \text{ přičemž } n = \frac{T}{t} \quad (53)$$

kde: CV_{lim} limitní kvadratická nestejnomyernost [%]

n průměrný počet vláken v průřezu přádelnického produktu

T jemnost delkového přádelnického produktu [tex]

t jemnost vláken [tex]

se nazývá základní *Martindaleův vztah* pro výpočet limitní kvadratické nestejnomyernosti. Variabilita průřezu vláken je zde zanedbána.

U všech vláken je však není možné vlastní nestejnomyernost vláken zanedbat (vl, chem. vlákna s členitým průřezem), potom k vyjádření limitní nestejnomyernosti delkového vláknenného útvaru používáme tzv. *zobecněný Martindaleův vztah*, který zahrnuje vlastní variabilitu vláken (vyjádřenou variačním koeficientem průřezu či průměru vláken):

$$CV_{lim} = \frac{100}{\sqrt{n}} \sqrt{1 + \left(\frac{v_p}{100}\right)^2} \quad (53a)$$

$$CV_{lim} = \frac{100}{\sqrt{n}} \sqrt{1 + 0,0004 \cdot v_d^2} \quad (53b)$$

Kde: v_p ... variační koeficient průřezu vláken [%]

v_d ... variační koeficient průměru vláken [%]

Vztahy pro výpočet limitní lineární hmotové nestejnomyernosti jsou analogické:

$$U_{lim} = \frac{80}{\sqrt{n}}$$

$$U_{lim} = \frac{80}{\sqrt{n}} \sqrt{1 + \left(\frac{v_p}{100}\right)^2} \quad (54)$$

$$U_{lim} = \frac{80}{\sqrt{n}} \sqrt{1 + 0,0004v_d^2}$$

Pozn.:

Bylo zjišřeno, že prvky toku vláken (tokem vláken rozumíme jakýkoli svazek vláken –např. pramen, přást, příze) nejsou samostatná vlákna, jak předpokládal Martindale, ale skupiny vláken [4]. Pak :

$$CV_{lim} = \frac{100}{\sqrt{\frac{n}{k}}} \quad (55)$$

Kde: n ... střední počet vláken v průřezu

k ...počet vláken ve skupině

Počet vláken ve skupinách souvisí se středním počtem vláken v průřezu příze. Jestliže se množství vláken ve skupině zmenšuje se zmenšujícím se počtem vláken v průřezu příze, pak CV se zmenšením jemnosti roste pomaleji než podle Martindalea. Experimentálně bylo zjišřeno, že počet vláken ve skupinách lze vyjádřit [4]:

$$k = 0,25 \cdot \sqrt[3]{n} \quad n \geq 64 \quad (56)$$

$$k = 1 \quad n < 64$$

Potom:

$$CV_{lim} = \frac{50\alpha}{\sqrt[3]{n}} \quad n \geq 64 \quad (57)$$

$$\alpha = \sqrt{1 + 0,0004v_d^2}$$

Vztah (57) je uváděn jako Bornerův vztah.

V literatuře se objevuje i málo známý vztah pro výpočet CV_{lim} podle Van den Abeeleho [5]:

$$CV_{lim} = \frac{100}{\sqrt{n}} \sqrt{1 - \frac{n}{h}} \quad (58)$$

Kde: h ... max. počet vláken v příčném řezu vláknenného produktu

n ...průměrný počet vláken v příčném řezu vl. produktu

Vztah se nepoužívá z důvodu obtížně zjistitelného h .

Příklad č.1

Vypočítejte kvadratickou a lineární limitní nestejnomyernost (CV_{lim}, U_{lim}) bavlnářské mykané příze jmenovité jemnosti $T = 19,5\text{tex}$. Pro výrobu této příze byla použita 100% ba vlákna střední jemnosti $t = 1,65\text{dtx}$.

Řešení:

Vzhledem k tomu, že není zadán variační koeficient průměru ani průřezu vláken (v_p, v_d), použijeme k výpočtu základní Martindaleův vztah.

$$CV_{lim} = \frac{100}{\sqrt{n}} = \frac{100}{\sqrt{\frac{T}{t}}} = \frac{100}{\sqrt{\frac{19,5}{0,165}}} = 9,199\%$$

$$U_{lim} = CV_{lim} \cdot 0,8 = 9,199 \cdot 0,8 = 7,359\%$$

nebo:

$$U_{lim} = \frac{80}{\sqrt{n}} = \frac{80}{\sqrt{\frac{T}{t}}} = \frac{80}{\sqrt{\frac{19,5}{0,165}}} = 7,359\%$$

Kvadratická limitní nestejnomyernost příze je 9,199%, lineární limitní nestejnomyernost je 7,359%.

Příklad č.2

Vypočítejte limitní kvadratickou nestejnomyernost (CV_{lim}) 100% vlněné příze česané, jmenovité jemnosti Nm21, jestliže střední průměr vláken je $d = 26\mu\text{m}$, hustota vlněných vláken $\rho = 1320\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$. Variační koeficient průměru vláken $v_d = 26\%$.

Řešení:

Použijeme rozšířený Martindaleův vztah:
$$CV_{lim} = \frac{100}{\sqrt{\frac{T[\text{tex}]}{t[\text{tex}]}}} \cdot \sqrt{1 + 0,0004 \cdot v_d^2}$$

$$\text{Jemnost příze } T[\text{tex}] = \frac{1000}{Nm} = \frac{1000}{21} = 47,619\text{tex}$$

$$\text{Jemnost vláken } t[\text{tex}] = \frac{m}{l} = \frac{V \cdot \rho \cdot l}{l} = \frac{\pi (d[\mu\text{m}])^2 \rho [\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}]}{4 \cdot 10^6} = \frac{\pi \cdot 26^2 \cdot 1320}{4 \cdot 10^6} = 0,701 \text{tex}$$

$$CV_{lim} = \frac{100}{\sqrt{\frac{47,619}{0,701}}} \sqrt{1 + 0,0004 \cdot 26^2} = 13,675\%$$

Limitní kvadratická nestejnomyernost příze je 13,675%.

Příklad č.3

Vypočítejte limitní lineární nestejnomyernost 100% PES příze jmenovité jemnosti $T = 25\text{tex}$, jestliže střední jemnost PES vláken je $t = 24\text{dtex}$, průměrná délka vláken $\bar{l} = 80\text{mm}$. Variační koeficient průřezu vláken $v_p = 14\%$.

Řešení:

$$U_{lim} = \frac{80}{\sqrt{\frac{T}{t}}} \sqrt{1 + \left(\frac{v_p}{100}\right)^2} = \frac{80}{\sqrt{\frac{25}{0,24}}} \sqrt{1 + \left(\frac{14}{100}\right)^2} = 7,992\%$$

Limitní lineární nestejnomyernost příze je 7,992%.

d) Limitní hmotná nestejnomyernost směšové delkové textilie

Existuje několik vztahů pro výpočet CV_{lim} směšové delkové textilie (příze, přást, pramen). Všechny však vycházejí z teorie náhodných funkcí a jsou založeny na předpokladu, že celkový rozptyl se rovná součtu jednotlivých rozptylů.

a) Vztah aplikovaný firmou Zellweger Uster [6]

$$\begin{aligned} \sigma^2 &= (\sigma'_1)^2 + (\sigma'_2)^2 + \dots + (\sigma'_k)^2 \\ \sigma^2 &= \sum_{i=1}^k (\sigma'_i)^2 \end{aligned} \quad (59)$$

Kde: σ^2 celkový rozptyl

$(\sigma'_i)^2$ rozptyl hmotnosti zredukovaný podílem zastoupení komponent ve směsi.

Vzhledem k tomu, že CV má význam variačního koeficientu, lze jej zapsat ve tvaru:

$$CV = \frac{\sigma}{T}, \text{ z čehož plyne } \sigma^2 = CV^2 \cdot T^2 \quad (60)$$

Potom:

$$CV_{limS}^2 \cdot T^2 = CV_{lim1}^2 \cdot T_1^2 + CV_{lim2}^2 \cdot T_2^2 + \dots + CV_{limk}^2 \cdot T_k^2$$

Po úpravě:

$$CV_{limS} = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^k (CV_{limi} \cdot T_i)^2}}{T} \quad (61)$$

přičemž:

$$CV_{limi} = \frac{100}{\sqrt{n}} \sqrt{1 + \left[\frac{v_{pi}}{100} \right]^2}$$

$$n = \frac{T \cdot p_i}{T_{vi}}$$

kde: CV_{limS} ... kvadratická limitní nestejnomyernost směšové delkové textilie [%]

CV_{limi} ... kvadratická limitní nestejnomyernost komponenty [%]

T jemnost příze [tex]

T_i jemnost i-tého podílu komponenty v delkové textilii [tex]

$$T_i = T \cdot p_i$$

k počet komponent

p_i zastoupení komponenty (poměrné číslo)

b) Vztah podle ČSN 800706

Prvotní předpoklad:

$$\sum_{i=1}^k p_i \cdot \sigma_i^2 = \sigma^2 \quad (62)$$

Kde: $(\sigma_i)^2$... rozptyl hmotnosti komponenty v případě 100% zastoupení v delkové textilii

σ^2 celkový rozptyl hmotnosti delkových úseků delkové textilie

p_i podíl komponenty v delkové textilii [poměrné číslo]

Za předpokladu, že:

$$\sigma^2 = CV^2 \cdot T^2$$

$$CV^2 = \frac{100^2}{n} \left(1 + \left(\frac{v_p}{100} \right)^2 \right)$$

$$n = \frac{T}{T_{Vi}}$$

dosazením do (62) dostáváme:

$$\sigma^2 = \sum_{i=1}^k \frac{p_i}{100} \cdot \sigma_i^2 = \sum_{i=1}^k \frac{p_i}{100} \cdot T^2 \cdot \frac{100^2}{T_{Vi}} \cdot \left(1 + \left(\frac{v_{pi}}{100} \right)^2 \right)$$

po úpravě:

$$CV_{lim.S}^2 \cdot T^2 = \sum_{i=1}^k p_i \cdot T^2 \cdot \frac{100}{T_{Vi}} \cdot \left(1 + \left(\frac{v_{pi}}{100} \right)^2 \right)$$

Výsledný vztah:

$$CV_{lim.S} = \frac{10}{\sqrt{T}} \cdot \sqrt{\sum_{i=1}^k p_i \cdot T_{Vi} \cdot \left(1 + \left(\frac{v_{pi}}{100} \right)^2 \right)} \quad (63)$$

Kde: p_i ... podíl i-té komponenty v dčlkové textilii [%]

T_{Vi} ... jemnost vláken dané komponenty [tex]

v_{pi} ... variační koeficient průřezu vláken i-té komponenty [%]

T ... jemnost dčlkové textilie [tex]

Odvozením jsme ukázali, že výsledky vztahu pro výpočet limitní nestejnomyěrnosti směšové dčlkové textilie (příže, přástu, pramene) podle fy Zelleweger Uster (61) a podle ČSN (63) musí být stejné. V přádelnické praxi se většinou používá vztah podle firmy Zellweger Uster (61), který i my budeme nadále využívat.

Příklad výpočtu limitní nestejnomyěrnosti:

Příklad č.4

Vypočítejte limitní kvadratickou nestejnomyěrnost směšové příže COLONIE ($CV_{lim.S}$), jmenovitě jemnosti $T = 100\text{tex}$, materiálového složení:

37% VS_s 3,9dtex 60mm ①

63% VS_s 7,2dtex 80mm ②

Řešení:

Kvadratick limitn nestejnomyernost smesov pize: $CV_{limS} = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^k (CV_{limi} \cdot T_i)^2}}{T}$

Vypočteme:

a) jemnost jednotlivyeh podil v pizi:

$$Tp_{v1} = 100 \cdot 0,37 = 37 \text{ tex}$$

$$Tp_{v2} = 100 \cdot 0,63 = 63 \text{ tex}$$

b) limitn kvadratickou nestejnomyernost jednotlivyeh podil:

$$CV_{limi} = \frac{100}{\sqrt{n_i}}, \text{ kde } n_i = \frac{Tp_{vi}}{t_i}$$

$$CV_{lim1} = \frac{100}{\sqrt{\frac{37}{0,39}}} = 10,27\%$$

$$CV_{lim2} = \frac{100}{\sqrt{\frac{63}{0,72}}} = 10,69\%$$

Dosadíme do vzorce pro výpočet CV_{limS} :

$$CV_{limS} = \frac{\sqrt{(10,27 \cdot 37)^2 + (10,69 \cdot 63)^2}}{100} = 7,73\%$$

Limitní kvadratick nestejnomyernost smesov pize je 7,73%.

e) Index nestejnomyernosti

Index nestejnomyernosti je poměr mezi skuten namerenu a ideln (limitn) nestejnomyernost.

$$I = \frac{CV_{ef}}{CV_{lim}} = \frac{U_{ef}}{U_{lim}} > 1 \quad (64)$$

Kde: I index nestejnomyernosti

CV_{ef}, U_{ef} skuten namerena kvadratick (lineární) nestejnomyernost [%]

CV_{lim}, U_{lim} ... limitn kvadratick (lineární) nestejnomyernost [%]

Index nestejnomyernosti je metkem pro dokonalost prdnho procesu a jakost prdelnickho produktu (pramen, prst, pize). Ukazuje, nakolik se reln produkt piblihuje ideálnímu.

Index nestejnomyěrnosti je závislý na počtu vláken v průřezu vlákenného útvaru, tzn. že u hrubých produktů nabývá relativně velkých hodnot (př. pramen $I=5-8$) na rozdíl od jemných produktů (př. příze $I=1,2-1,7$).

Pozn.:

V literatuře se objevuje též tzv. Hubertyho K-faktor [7]:

$$K = \frac{CV(0)^2}{CV_{lim}^2} = I^2$$

Hubertyho K-faktor je tedy čtverec indexu nestejnomyěrnosti

Příklad č.5

Vypočítejte index nestejnomyěrnosti I 100% PAN přástu jmenovité jemnosti $T = 783\text{tex}$. Střední jemnost PAN vláken $t = 3,3\text{dtex}$, jestliže jsme měřením na přístroji Uster-Tester III zjistili, že průměrná CV_{ef} přástu je 3,43%.

Řešení:

$$I = \frac{CV_{ef}}{CV_{lim}}, \text{ kde } CV_{lim} = \frac{100}{\sqrt{\frac{T}{t}}}$$

$$CV_{lim} = \frac{100}{\sqrt{\frac{783}{0,33}}} = 2,053\%$$

$$I = \frac{3,43}{2,053} = 1,671$$

Index nestejnomyěrnosti přástu je 1,671.

Příklad č.6

Vypočítejte, jaká byla efektivní (naměřená) nestejnomyěrnost příze CV_{ef} , jestliže index nestejnomyěrnosti I této příze byl 1,18. Příze jmenovité jemnosti $T = 25\text{tex}$ byla vyrobena ze 100% ba o střední jemnosti vláken $t = 1,67\text{dtex}$.

Řešení:

Ze vztahu pro výpočet indexu nestejnomyěrnosti:

$$I = \frac{CV_{ef}}{CV_{lim}} = \frac{CV_{ef}}{100} \sqrt{\frac{T}{t}}$$

vyjádříme CV_{ef} :

$$CV_{ef} = \frac{I \cdot 100 \cdot \sqrt{t}}{\sqrt{T}} = \frac{1,18 \cdot 100 \cdot \sqrt{0,167}}{\sqrt{25}} = 9,64\%$$

Skutečně naměřená nestejnomyernost příze CV_{ef} byla 9,64%.

Pozn.:

Podle [4] však I nebere v úvahu, nakořik je prakticky dosažitelná blízkost k ideálnímu produktu na daném stupni zpracování při současné úrovni technologie. Tzn., že kvalita by podle [4] měla být posuzována ne podle ideálního, ale podle reálného produktu, dosažitelného na daném stupni zpracování. Tomuto požadavku se nejvíce přibližuje Bornet. Použitím jeho vztahu pro výpočet CV_{lim} při stanovení I bylo podle [4] dokázáno, že I jen velmi málo závisí na počtu vláken v průřezu příze a tudíž je možné I skutečně použít k hodnocení kvality technologického procesu.

V praxi se však i nadále užívá vztah pro výpočet indexu nestejnomyernosti I zahrnující CV_{lim} podle Martindalea.

f) Výrobní nestejnomyernost

Jedná se o nestejnomyernost, kterou způsobil výrobní proces.

$$CV_f = \sqrt{CV_{ef}^2 - CV_{lim}^2} \quad (65)$$

analogicky: $U_f = \sqrt{U_{ef}^2 - U_{lim}^2}$

Kde: CV_f (U_f)..... kvadratická (lineární) výrobní nestejnomyernost [%]

CV_{ef} (U_{ef})... efektivní (=skutečná) kvadratická (lineární) nestejnomyernost [%]

CV_{lim} (U_{lim}) ... limitní kvadratická (lineární) nestejnomyernost [%]

Příklad č.7

Vypočítejte výrobní nestejnomyernost přástu vyrobeného ze směsi 50vl/50PAN, jmenovité jemnosti $T = 770\text{tex}$, jestliže průměrná efektivní nestejnomyernost přástu CV_{ef} je 4,31%.

Parametry vláken: vlna : střední průměr vláken $d = 22,5\mu\text{m}$, hustota vláken $\rho = 1320\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$,
variační koeficient průměru $v_d = 21\%$

PAN: střední jemnost vláken $t = 3,3\text{dtex}$

Řešení:

Výrobní nestejnomyěrnost: $CV_f = \sqrt{CV_{ef}^2 - CV_{lim}^2}$

Jde o směsový přást, tedy musíme určit CV_{limS} : $CV_{limS} = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^k (CV_{limi} \cdot T_i)^2}}{T}$

Jemnost jednotlivých podílů v přástu:

$$Tp_{vl} = 770 \cdot 0,5 = 385 \text{ tex}$$

$$Tp_{PAN} = 770 \cdot 0,5 = 385 \text{ tex}$$

Jemnost vlněných vláken: $t[\text{tex}] = \frac{\pi (d[\mu\text{m}])^2 \rho[\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}]}{4 \cdot 10^6} = \frac{\pi \cdot 22,5^2 \cdot 1320}{4 \cdot 10^6} = 0,525 \text{ tex}$

Limitní kvadratická nestejnomyěrnost jednotlivých podílů:

$$CV_{limvl} = \frac{100}{\sqrt{\frac{Tp_{vl}}{t_{vl}}}} \sqrt{1 + 0,0004 v_d^2} = \frac{100}{\sqrt{\frac{385}{0,525}}} \sqrt{1 + 0,0004 \cdot 21^2} = 4,005\%$$

$$CV_{limPAN} = \frac{100}{\sqrt{\frac{Tp_{PAN}}{t_{PAN}}}} = \frac{100}{\sqrt{\frac{385}{0,33}}} = 2,928\%$$

Limitní nestejnomyěrnost směsového přástu CV_{limS} :

$$CV_{limS} = \frac{\sqrt{(4,005 \cdot 385)^2 + (2,928 \cdot 385)^2}}{770} = 2,481\%$$

Dosadíme do vztahu pro výpočet výrobní nestejnomyěrnosti:

$$CV_f = \sqrt{4,31^2 - 2,481^2} = 3,524\%$$

Výrobní nestejnomyěrnost přástu je 3,524%.

g) Strojová nestejnomyěrnost

Je to nestejnomyěrnost vložená do produktu jedním strojem:

$$CV_m = \sqrt{CV_{fn}^2 - CV_{fn-1}^2} \quad (66)$$

analogicky: $U_m = \sqrt{U_{fn}^2 - U_{fn-1}^2}$

Kde: $CV_m (U_m)$ strojová kvadratická (lineární) nestejnoměrnost [%]

$CV_{fn} (U_{fn})$ výrobní kvadratická (lineární) nestejnoměrnost na výstupu ze stroje [%]

$CV_{fn-1} (U_{fn-1})$... výrobní kvadratická (lineární) nestejnoměrnost na vstupu do stroje [%]

V případě, že na vstupu do stroje dochází ke družení vláknenného produktu (např. posukovací stroj), pak výrobní kvadratickou nestejnoměrnost na vstupu do stroje, tj. všech družených pramenů vypočteme:

$$CV_{fn-1} = \frac{CV_{f0}}{\sqrt{D}} \quad (67)$$

CV_{f0} ... výrobní nestejnoměrnost jednoho pramene na vstupu do stroje [%]

D družení

Příklad č.8

Vypočítejte strojovou nestejnoměrnost CV_m posukovacího stroje, jestliže pramen na vstupu a výstupu má tyto parametry:

vstup: průměrná jemnost pramene $T_{vstup} = 5,4 \text{ktex}$, průměrná $CV_{efvstup} = 0,82\%$

výstup: průměrná jemnost pramene $T_{výstup} = 5,08 \text{ktex}$, průměrná $CV_{efvýstup} = 1,2\%$

Družení bylo 8-násobné.

Pramen je vyroben ze 100% VSs, střední jemnost vláken $t = 1,63 \text{dtx}$.

Řešení:

Strojová nestejnoměrnost: $CV_m = \sqrt{CV_{fn}^2 - CV_{fn-1}^2}$

Vypočteme výrobní nestejnoměrnosti pramene na vstupu a výstupu ze stroje:

$$\text{a) výstup: } CV_{fn} = \sqrt{CV_{efvýstup}^2 - CV_{limvýstup}^2}, \text{ kde } CV_{limvýstup} = \frac{100}{\sqrt{\frac{T_{výstup}}{t}}}$$

$$\text{tedy: } CV_{limvýstup} = \frac{100}{\sqrt{\frac{5080}{0,163}}} = 0,566\%$$

$$CV_{fn} = \sqrt{1,2^2 - 0,566^2} = 1,058\%$$

b) vstup: jelikož na posukovacím stroji probíhá družení, je třeba určit výrobní nestejnoměrnost všech družených pramenů:

$$CV_{f_{n-1}} = \frac{CV_{f_0}}{\sqrt{D}}; CV_{f_0} = \sqrt{CV_{ef\ vstup}^2 - CV_{lim\ vstup}^2}, \text{ kde } CV_{lim\ vstup} = \frac{100}{\sqrt{\frac{T_{vstup}}{t}}}$$

$$\text{tedy: } CV_{lim\ vstup} = \frac{100}{\sqrt{\frac{5400}{0,163}}} = 0,549\%$$

$$CV_{f_0} = \sqrt{0,83^2 - 0,549^2} = 0,622\%$$

$$CV_{f_{n-1}} = \frac{0,622}{\sqrt{8}} = 0,22\%$$

$$c) CV_m = \sqrt{1,058^2 - 0,22^2} = 1,035\%$$

Strojová nestejnomyernost posukovacího stroje je 1,035%.

Příklad č.9

Určete strojovou nestejnomyernost prstencového dopřádacího stroje, jestliže jemnost vyráběné příze je $T_{příze} = 50\text{tex}$, její průměrná $CV_{ef\ příze} = 13,12\%$. Stroj předkládáme přást o jemnosti $T_{přást} = 1,17\text{ktex}$, jeho průměrná $CV_{ef\ přást} = 3,42\%$.

Zpracovávaným materiálem je 100% vlna, střední průměr vláken $d = 21,2\mu\text{m}$, variační koeficient průměru vláken $v_d = 24\%$, hustota vláken $\rho = 1320\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$.

Řešení:

$$a) \text{ jemnost vlněných vláken: } t[\text{tex}] = \frac{\pi \cdot d^2 \rho}{4 \cdot 10^6} = \frac{\pi \cdot 21,2^2 \cdot 1320}{4 \cdot 10^6} = 0,466\text{tex}$$

b) limitní nestejnomyernosti:

$$CV_{lim\ příze} = \frac{100}{\sqrt{\frac{T_{příze}}{t}}} \sqrt{1 + 0,0004v_d^2} = \frac{100}{\sqrt{\frac{50}{0,466}}} \sqrt{1 + 0,0004 \cdot 24^2} = 10,709\%$$

$$CV_{lim\ přástu} = \frac{100}{\sqrt{\frac{T_{přást}}{t}}} \sqrt{1 + 0,0004v_d^2} = \frac{100}{\sqrt{\frac{1170}{0,466}}} \sqrt{1 + 0,0004 \cdot 24^2} = 2,214\%$$

c) výrobní nestejnomyernosti

$$\text{výstup} = \text{příze: } CV_{f\ příze} = \sqrt{CV_{ef\ příze}^2 - CV_{lim\ příze}^2} = \sqrt{13,12^2 - 10,709^2} = 7,58\%$$

$$\text{vstup} = \text{přást: } CV_{f\ přást} = \sqrt{CV_{ef\ přást}^2 - CV_{lim\ přást}^2} = \sqrt{3,42^2 - 2,214^2} = 2,607\%$$

$$d) \text{ strojová nestejnomyernost: } CV_m = \sqrt{CV_{f\ příze}^2 - CV_{f\ přást}^2} = \sqrt{7,58^2 - 2,607^2} = 7,118\%$$

Strojová nestejnomyernost prstencového dopřadacího stroje je 7,118%.

Výhodou parametrického vyjádření hmotové nestejnomyernosti je možnost uvedení číselné hodnoty, vyjadřující úroveň nestejnomyernosti. Parametry hmotové nestejnomyernosti příze lze pomocí standardů Uster-Statistics (viz kap.2.3.Standardy Uster-Statistics) porovnávat s ostatními na trhu se vyskytujícími přízemi stejného typu a jemnosti. Nevýhodou parametrického vyjádření hmotové nestejnomyernosti je nemožnost analýzy příčin vzniku hmotové nestejnomyernosti. Toto možnost dávají charakteristické funkce hmotové nestejnomyernosti.

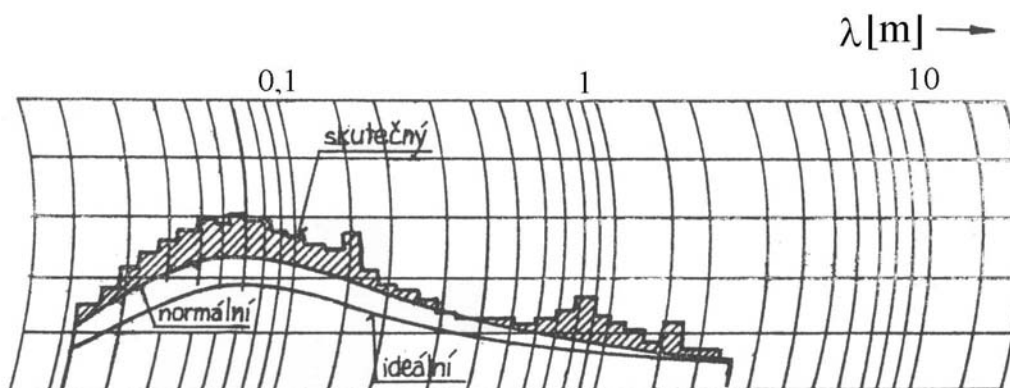
2.2.2. Charakteristické funkce hmotné nestejnomyernosti

Charakteristické funkce vystihují strukturu nestejnomyernosti. Na jejich základě lze jak již bylo výše uvedeno analyzovat příčinu hmotové nestejnomyernosti a predikovat nestejnomyernost plošných textilií. Jejich nevýhodou je, že nepopisují hmotovou nestejnomyernost jedním číslem. Mezi charakteristické funkce patří: spektrogram, delková variační funkce a modul přenosové funkce. Spektrogram a delková variační funkce jsou jedny z výstupů přístroje pro měření hmotové nestejnomyernosti delkových vlákných útvarů (kap. 2.4. Měření hmotové nestejnomyernosti).

2.2.2.1. Spektrogram a jeho vyhodnocení

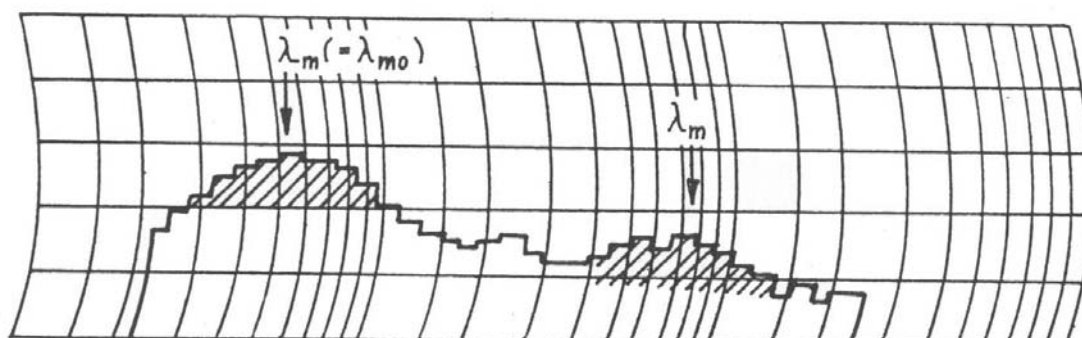
Spektrogram je amplitudový záznam harmonických složek kolísání hmoty delkového vlákného produktu v závislosti na vlnové délce. Rozeznáváme 3 druhy spekter (obr. 28):

- a) ideální – spektrum ideálního produktu
- b) normální – spektrum bezvadného produktu
- c) reálné - průběh spektra měřeného vlákného produktu

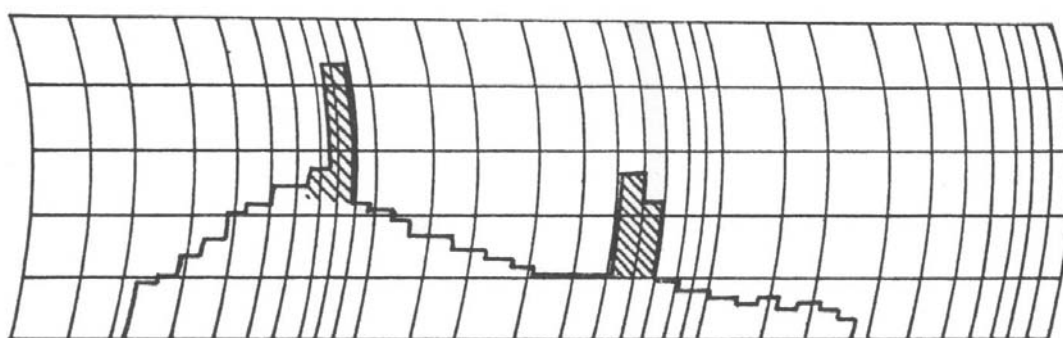


Obr.28 Spektrogram skutečný normální a ideální (bavlněná příze česaná)

Analýzou spektrogramu lze odhalit periodickou nestejnoměrnost délkového vlákenného produktu způsobenou nesprávnou činností rotujících orgánů přádelnických strojů. Nestejnoměrnost se ve spektrogramu projevuje formou kupovitých spekter (obr.29)– způsobených průtahovými vlnami a charakteristických spekter („komínů“) (obr.30)– způsobených mechanickou závadou stroje.



Obr.29 Kupovitá spektra



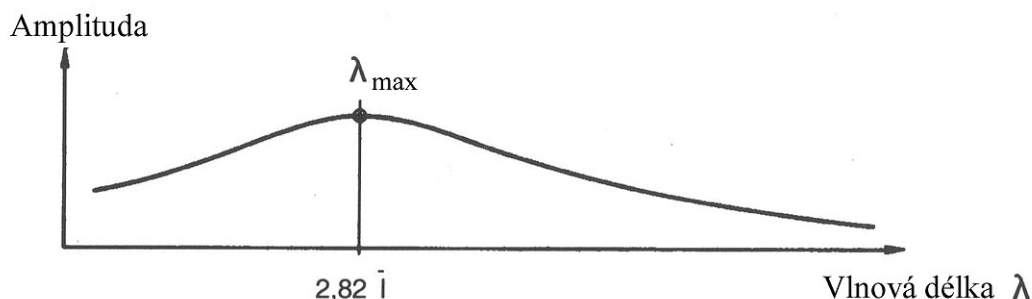
Obr.30 Charakteristická spektra

Vyhodnocujeme ta charakteristická spektra, jejichž výška amplitudy je **o 50% a více% větší** než výška sousedních amplitud – v případě, že se spektrum objevilo na vlnové délce $\lambda < 2m$. V případě, že se charakteristické spektrum objevilo na vlnové délce $\lambda > 2m$, vyhodnocujeme ho v případě, že jeho amplituda má **dvojnásobnou výšku** než amplitudy sousední.

Na základě tvaru spektrogramu lze zjistit i průměrnou délku vláken v přízi jako průmět délky vláken do osy příze. Obecně platí, že průměrná délka vláken se vypočte [8]:

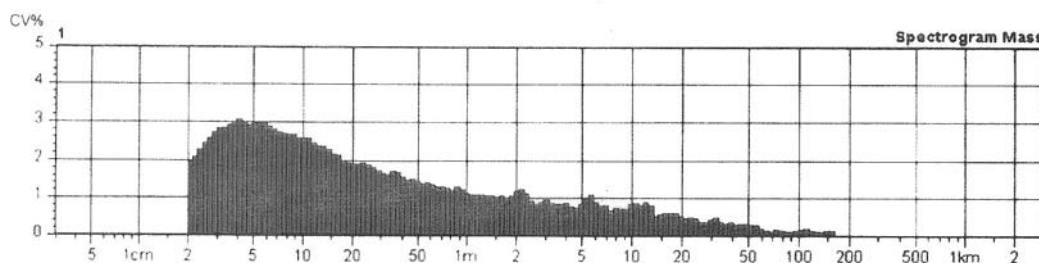
$$\bar{l} = \frac{\lambda_{max}}{2,82} \quad (68)$$

kde: λ_{max} ... vlnová délka odpovídající maximální amplitudě harmonických složek kolísání hmotné nestejnoměrnosti přize zjištěná ve spektrogramu [m]

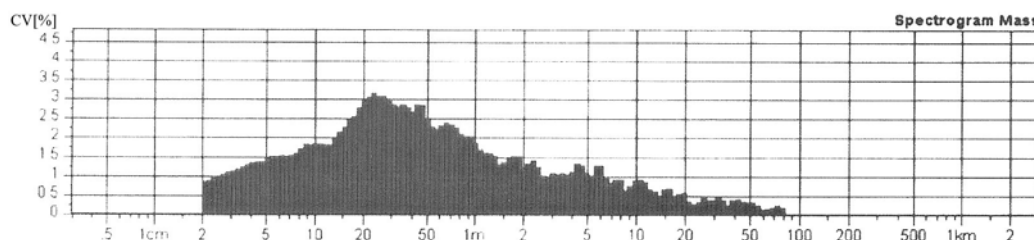


Obr.31 Určení průměrné délky vlákna ze spektrogramu přize

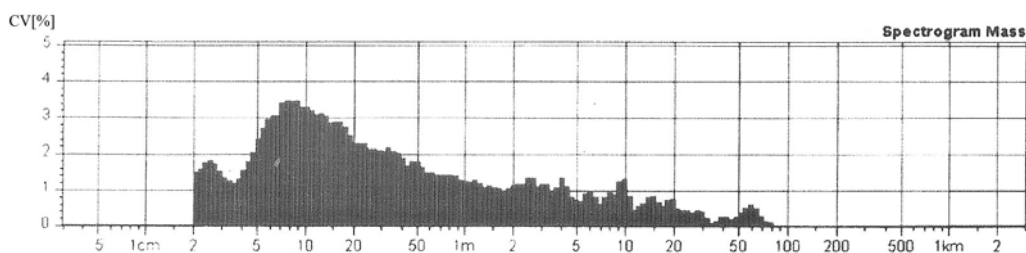
Na obr.32 a,b,c jsou zobrazeny tvary spektrogramů v případě rotorové bavlnářské přize, vlnářské přize mykané a přize vyrobené ze střížových vláken [8]. Tyto spektrogramy byly zobrazeny posledním typem aparatury Uster-Tester IV, na rozdíl od předešlých typových řad tyto přístroje zobrazují na svislé ose spektrogramu přímo úroveň kvadratické nestejnoměrnosti CV[%].



Obr.32a Spektrogram rotorové přize bavlnářské ($\lambda_{max}=5\text{cm}$)



Obr.32b Spektrogram vlnářské mykané přize ($\lambda_{max}=22\text{cm}$)

Obr.32c Spektrogram příze ze střížových vláken ($\lambda_{\max}=9\text{cm}$)

Firma Zellweger Uster konstruovala přístroj USTER-TESTER III tak, aby zaznamenával amplitudy harmonických složek z více než 25 opakovaných měření jako statisticky spolehlivé. Maximální vlnová délka je:

$$\lambda_{\max} = \lambda_1 = \frac{v \cdot t}{25} \quad (69)$$

v ... zkušební rychlost [m/min]

t ... doba měření [min]

Měření s vlnovou délkou $\lambda > \lambda_{\max}$ vykazují nižší statistickou spolehlivost.

Dále firma stanovila, že poměr 2 sousedních vlnových délek, na kterých je zaznamenávána amplituda je:

$$\frac{\lambda_{i+1}}{\lambda_i} = \sqrt[5]{2} \quad (70)$$

z toho:

$$\lambda_i = \frac{\lambda_1}{(\sqrt[5]{2})^{n-1}} \quad (70b)$$

n ... příslušný měřicí kanál

Jelikož ve spektrogramu jsou vlnové délky λ znázorněné v logaritmickém měřítku, je vhodné provést přepočítání podle vztahu (70b), který udává střední vlnovou délku příslušující i -tému měřicímu kanálu.

Příklad č.10

Vypočítejte, jaká vlnová délka odpovídá 24.měřicímu kanálu přístroje Uster-tester III, jestliže přístroj má 70 měřících kanálů. Měření probíhalo rychlostí $v = 400\text{m/min}$ po dobu 5min.

Řešení:

$$\text{Maximální vlnová délka: } \lambda_{max} = \lambda_1 = \frac{v \cdot t}{25} = \frac{400.5}{25} = 80m$$

$$\text{Délka odpovídající 24. kanálu: } \lambda_{24} = \frac{\lambda_1}{(\sqrt[5]{2})^{n-1}} = \frac{80}{(\sqrt[5]{2})^{24-1}} \approx 3,3m$$

K vyhodnocení spektrogramu se využívá několik základních metod.

a) Metoda výpočtová

Využívá se k analýze mechanických závad. Používá se v případě podezření, že určitá část stroje je zdrojem závady.

Metoda spočívá v určení vlnové délky, která odpovídá vadné součásti stroje a v porovnání této vypočtené vlnové délky s vlnovou délkou extrémní amplitudy ve spektrogramu. V případě, že se tyto dvě délky rovnají, je předpoklad vadné součásti správný. V praxi se počítá průtah, který následuje po vadném válečku. Je-li tento průtah shodný s průtahem skutečným, je součást skutečně vadná.

$$\lambda = \pi \cdot d \cdot P$$

$$P = \frac{\lambda}{\pi \cdot d} \quad (71)$$

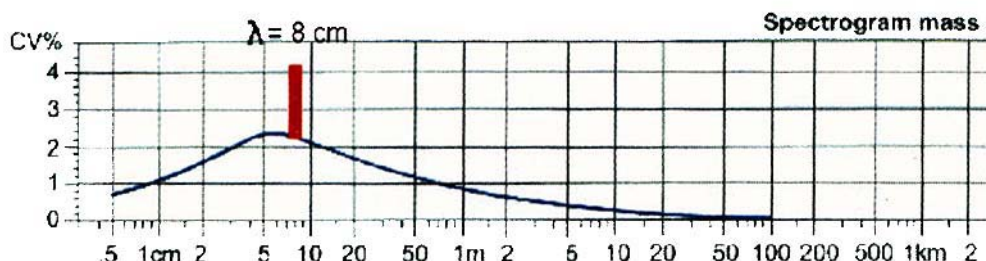
Kde: λ ... délka vlny harmonického kolísání hmotnosti produktu [m]

d ... průměr pravděpodobně vadného válečku [m]

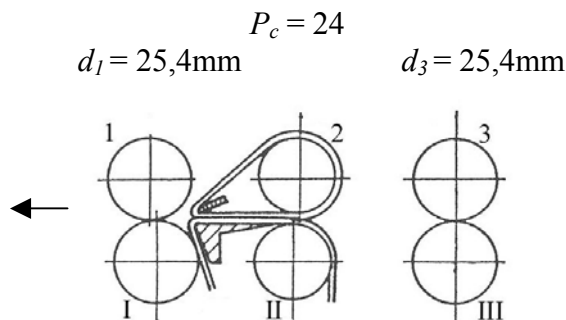
P ... průtah mezi výstupními válečky a vadným válečkem

Příklad č.11

Ve spektrogramu příze se objevilo charakteristické spektrum na vlnové délce $\lambda = 8\text{cm}$.

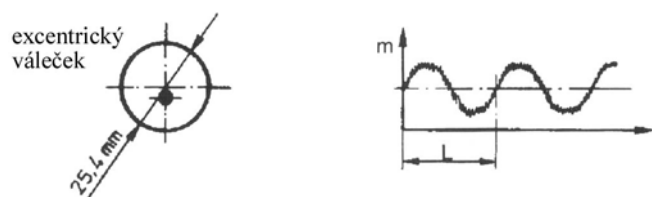


Ověřte, zda příčinou vzniku této nestejnomyernosti je excentricita přítlačného válečku odváděcího páru průtažného ústrojí :



Pozn.

Excentricita válečku = vyosení, způsobuje sinusovité kolísání hmotnosti vlákenného produktu o periodě L , která odpovídá průměru válečku:



Obr.33 Excentrický váleček a sinusovité kolísání hmotnosti produktu

Řešení:

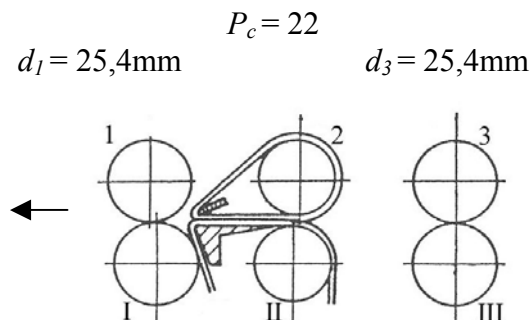
Vypočítáme průtah, který následuje po vadném válečku:

$$P = \frac{\lambda}{\pi \cdot d} = \frac{80}{\pi \cdot 25,4} = 1,002$$

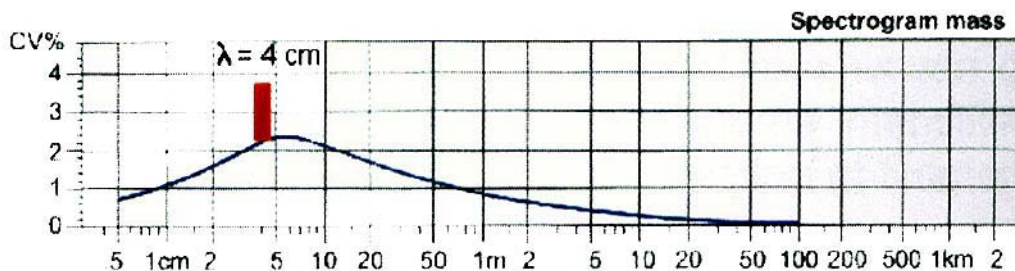
Vypočtený průtah je přibližně roven 1, což odpovídá průtahu za odváděcím válečkem, tzn., že pravděpodobným zdrojem periodické nestejnomyernosti je přítlačný váleček odváděcího páru.

Příklad č. 12

Předpokládanou příčinou vzniku charakteristického spektra je *ovalita* přítlačného válečku přiváděcího páru průtažného ústrojí.



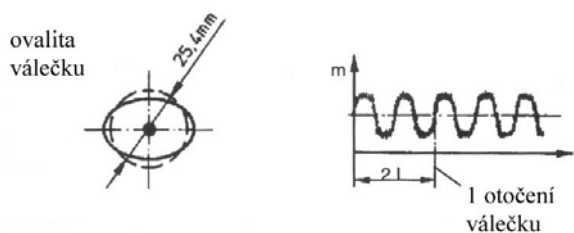
Charakteristické spektrum se objevilo na délce $\lambda = 4\text{cm}$.



Ověřte, zda je předpoklad správný.

Pozn.

Ovalita válečku – způsobuje sinusovité kolísání hmoty produktu s periodou, která odpovídá $1/2$ průměru válečku:



Obr.34 Ovalita válečku a sinusovité kolísání hmotnosti produktu

Řešení:

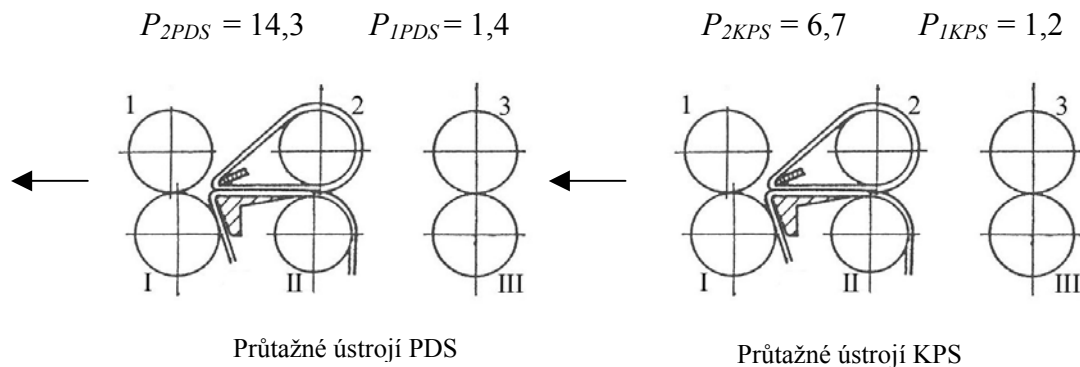
V případě ovality válečku vypočítáme průtah, který následuje po vadném válečku:

$$P = \frac{2\lambda}{\pi \cdot d} = \frac{2 \cdot 40}{\pi \cdot 25,4} = 1,002$$

Vypočtený průtah je cca 1, tzn., že **přiváděcí** přítlačný váleček **není** příčinou vzniku periodické nestejnoměrnosti. Průtah by musel vyjít cca 22, neboť zjišťujeme velikost průtahu, který následuje za vadným válečkem až k výstupu. Příčinou vzniku periodické nestejnoměrnosti **je** přítlačný **odváděcí** váleček. (Průtah roven 1).

Příklad č.13

Určete vlnovou délku, na které by se ve spektrogramu příze projevilo charakteristické spektrum, kdyby jeho příčinou byla excentricita přiváděcího přítlačného válečku křídlového předpřádacího stroje (KPS). Průměry všech válečků jsou $d_i = 25,4\text{mm}$.



Řešení:

Dosadíme do vztahu výpočtové metody: $\lambda = \pi \cdot d \cdot P$

Za průtah P dosadíme celkový průtah, který následuje po vadném válečku až k měřenému produktu – v našem případě příze na prstencovém dopřádacím stroji (PDS), tj. celkový průtah:

$$P = P_{1KPS} \cdot P_{2KPS} \cdot P_{1PDS} \cdot P_{2PDS}$$

$$\text{Tedy: } \lambda = \pi \cdot d \cdot P_{1KPS} \cdot P_{2KPS} \cdot P_{1PDS} \cdot P_{2PDS} = \pi \cdot 0,0254 \cdot 1,2 \cdot 6,7 \cdot 1,4 \cdot 14,3 = 12,844m$$

Excentricita přiváděcího přítlačného válečku křídlového předpřádacího stroje by se ve spektrogramu příze projevila na vlnové délce 12,844m.

b) Metoda frekvenční

Využívá se opět k analýze mechanických závad. Je založena na předpokladu, že vada má stejnou frekvenci jako je frekvence součásti zanášející vadu.

$$n_f = \frac{v}{\lambda_f} \tag{72a}$$

Kde: n_f ... frekvence vadného dílu stroje [1/min]

v ... výstupní rychlost produktu ze stroje [m/min]

λ_f ... délka vlny [m]

Na základě zjištěné frekvence n_f lze určit ty části stroje, které mají shodnou frekvenci. Tímto způsobem lze zjistit nejen vadnou část posledního stroje v dané technologii – dopřádací stroj (DS, PDS), ale i vadnou součást strojů předcházejících:

$$\lambda_{f1} = \lambda_{f2} \cdot P_{PDS} \Rightarrow \lambda_{f2} = \frac{\lambda_{f1}}{P_{PDS}} \tag{72b}$$

$$n_{f2} = \frac{v}{\lambda_{f1}} \cdot P_{PDS}$$

Kde: λ_{f1} vlnová délka ve spektrogramu příze

λ_f vlnová délka odpovídající poloproduktu (přástu)

P_{PDS} ... průtah na prstencovém dopřádacím stroji

Příklad č. 14

Určete, který pracovní orgán je příčinou vzniku charakteristického spektra ve spektrogramu vlnašské mykané příze, jestliže se spektrum objevilo na délce $\lambda = 1,6\text{m}$.

Průtah na prstencovém dopřádacím stroji (PDS) $P_{PDS} = 1,132$, zákrut příze $Z = 350\text{z/m}$

Výstupní rychlost z mykacího stroje (MS) $v_{MS} = 19,5\text{m/min}$.

Otáčky jednotlivých pracovních orgánů příslušných strojů jsou uvedeny níže v tabulce:

PDS

	Otáčky [1/min]		Otáčky [1/min]
Přítlačný přiv. vál.	101	Přítlačný odváděcí vál.	115
Spodní přiváděcí vál.	158	Spodní odváděcí vál.	179
Střední spodní vál.	179	Vřeten	5760

MS

	Otáčky [1/min]		Otáčky [1/min]		Otáčky [1/min]		Otáčky [1/min]
Hlavní buben	120	2. pracovní válec	24	1. obraceč	500	5. Obraceč	430
Snímací válec	5,76	3. pracovní válec	20	2. obraceč	500	Volant	650
Rozvolňovací válec	100	4. pracovní válec	16	3. obraceč	480	Zaobl. Ústrojí	500
1. pracovní válec	28	5. pracovní válec	14	4. obraceč	440	Sčesávací hřeben	1200

Řešení:

a) Prstencový dopřádací stroj:

K výpočtu frekvence součásti zanášející vadu: $n_f = \frac{v}{\lambda_f}$ musíme určit odváděcí rychlost

příze z prstencového dopřádacího stroje v :

$$v = \frac{n_{vř}}{Z} = \frac{5760}{350} = 16,457\text{m} / \text{min}$$

$$\text{dosadíme: } n_f = \frac{v}{\lambda_f} = \frac{16,457}{1,6} = 10,286 / \text{min}$$

Otáčky pracovního orgánu PDS, který do příze zanáší vadu jsou 10,286/min. Tyto otáčky porovnáme s otáčkami skutečnými uvedenými v tab.PDS \Rightarrow ani jeden uvedený pracovní orgán prstencového dopřádacího stroje není příčinou vzniku zmíněného charakteristického spektra.

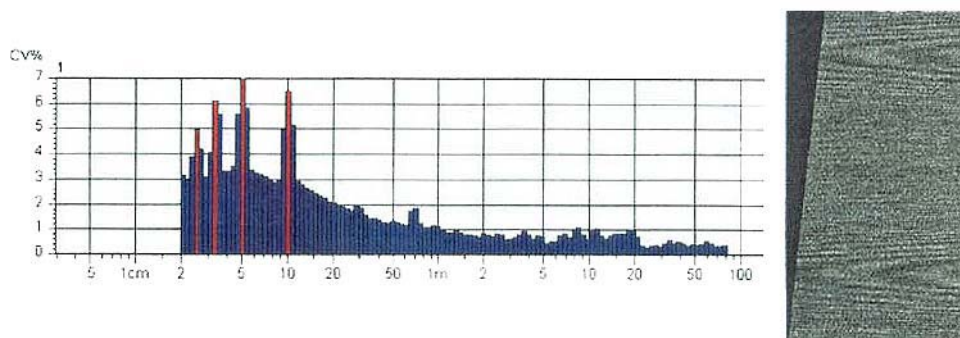
b) Mykací stroj:

$$n_{fMS} = \frac{v_{MS}}{\lambda_{f1}} \cdot P_{PDS} = \frac{19,5}{1,6} \cdot 1,132 = 13,796 / \text{min}$$

Porovnáním vypočtených otáček tj, 13,796, s otáčkami v tab. MS zjistíme, že tyto otáčky odpovídají otáčkám 5.prac. válce MS (14/min).

Pravděpodobnou příčinou vzniku periodické nestejnoměrnosti vlnařské mykané příze je 5.pracovní válec mykacího stroje.

Pozn. Některá charakteristická spektra mohou znázorňovat 1 periodickou vadu, která se ve spektrogramu projevuje na určité vlnové délce a jejich zlomcích ($\lambda, \lambda/2, \lambda/3, \lambda/4, \dots$). Při vyhodnocování se potom zabýváme pouze vadou vzniklou na základní vlnové délce λ .



Obr.35 Spektrogram 1 periodické vady projevující se na více vlnových délkách, vzhled příze s touto vadou [8]

c) Identifikace vadných průtahových polí

Průtahové vlny se ve spektrogramu projevují formou kupovitého spektra. Jsou vyvolané nedokonalou kontrolou vláken v průtahovém poli.

K identifikaci vadných průtahových polí se používá empirický vztah:

$$\lambda_m = k \cdot \bar{l} \cdot P$$

z čehož plyne:

$$P = \frac{\lambda_m}{k \cdot \bar{l}} \quad (73)$$

Kde: λ_m ... naměřená střední vlnová délka extrémní amplitudy kupovitého spektra [m]

k ... empirická konstanta (pramen: $k = 4$, přást: $k = 3,5$, příze: $k = 2,75$)

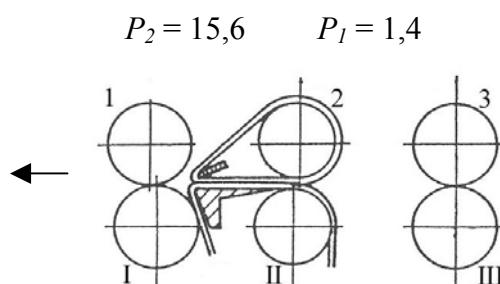
\bar{l} ... střední délka vlákna [m]

P ... průtah, který následuje po vadném průtahovém poli

Příklad č.15

Ve spektrogramu příze se objevilo kupovité spektrum s maximální amplitudou harmonické složky nestejnomyernosti na vlnové délce $\lambda_m = 1,1$ m.

Určete, které z průtahových polí průtažného ústrojí zobrazeného níže je vadné. Průměrná délka vláken v přízi je $\bar{l} = 25$ mm. $P_1 =$ předprůtah, $P_2 =$ hlavní průtah, $k = 2,75$. Průměr všech přítlačných válečků $d_i = 25,4$ mm.



Řešení:

Určíme teoretický průtah, který následuje po vadném průtahovém poli:

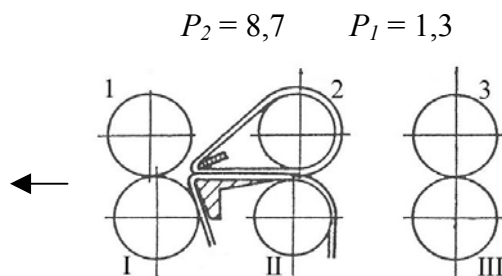
$$P = \frac{\lambda_m}{k \cdot \bar{l}} = \frac{1100}{2,75 \cdot 25} = 16$$

Tento vypočtený průtah porovnáme s průtahy skutečnými. Vidíme, že s námi vypočteným průtahem ($P = 16$) se shoduje hlavní průtah $P_2 = 15,6$, tzn., že vadné pole je pole **před** hlavním průtahem, tj. pole předprůtahu. (Vypočítali jsme průtah, který následuje po vadném poli).

Pravděpodobnou příčinou vzniku kupovitého spektra ve spektrogramu příze je pole předprůtahu P_1 prstencového dopřádacího stroje.

Přříklad č.16

Určete, na jaké vlnové délce se objeví maximální amplituda kupovitšého spektra ve spektrogramu přástu, jestliže příčinou jeho vzniku je pole hlavního průtahu P_2 v průtažném ústrojí křídlovšého předpřádacího stroje zobrazenšého níže. Průmšrná délka vláken v přástu $\bar{l} = 31\text{mm}$, $k = 3,5$.



Řešení:

Je-li příčinou vzniku kupovitšého spektra pole hlavního průtahu P_2 , pak průtah, který následuje po tomto vadném poli je $P = 1$.

Potom maximální amplituda kupovitšého spektra:

$$\lambda_m = k \cdot \bar{l} \cdot P = 3,5 \cdot 31 \cdot 1 = 108,5\text{mm}$$

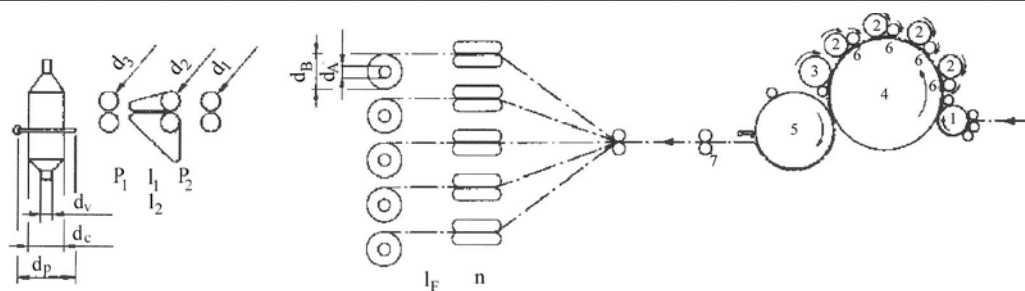
Maximální amplituda kupovitšého spektra se objeví na vlnové délce 108,5mm.

d) Metoda firmy Zellweger Uster [8]

Firma Zellweger-Uster doporučuje používat k analýze spektrogramu metodu, která je kombinací frekvenční metody a metody identifikace průtahových vln. Je založena na předpokladu, že každý pracovní orgán stroje vnáší do příže nestejnomyšnost, která se ve spektrogramu projeví na jiné vlnové délce. Firma doporučuje vypočítat nejprve jednotlivé vlnové délky příslušející pracovním orgánům přádelnických strojů. Následná identifikace vadného pracovního orgánu pak spočívá ve vyhledání příslušné vlnové délky (na které pracuje vadná součást stroje), která odpovídá vlnové délce extrémní amplitudy.

Jako ukázkou si uvedeme aplikaci této metody v případě vlnářské mykané technologie.

Vlnové délky odpovídající práci jednotlivých pracovních orgánů mykacího a dopřádacího stroje doporučuje firma Zellweger Uster určit pomocí výpočtu na základě znalostí průměru jednotlivých pracovních orgánů, délce řemíneků průtahového ústrojí prstencového dopřádacího stroje a dalších parametrů – viz. obr.36.



Obr.36 Orientační schéma vlnářské mykané technologie - válcový mykací stroj -MS (vpravo), prstencový dopřádací stroj PDS (vlevo)

Vysvětlivky:

- PDS : d_v ... průměr vřetene [m]
 d_c ... průměr plného návinu [m]
 d_p ... průměr prstence [m]
 d_3 ... průměr odváděcího přitlačného válečku [m]
 d_2 ... průměr středního přitlačného válečku [m]
 d_1 ... průměr přiváděcího přitlačného válečku [m]
 l_1 ... délka horního řemínku [m]
 l_2 ... délka spodního řemínku [m]
 P_1 ... průtah mezi středním a odváděcím párem válečků
 P_2 ... průtah mezi přiváděcím a středním párem válečků
 P_C .. celkový průtah
- MS: d_1 ... průměr rozvolňovacího válce [m]
 d_2 ... průměr pracovního válce [m]
 d_3 ... průměr volantu [m]
 d_4 ... průměr hlavního bubnu [m]
 d_5 ... průměr snímače [m]
 d_6 ... průměr obraceče [m]
 d_7 ... průměr odváděcích válečků [m]
 l_F délka řemínku [m]
 n zdvih zaoblovacích pásů [m]
 d_A ... průměr prázdného přástového válu [m]
 d_B ... průměr navinutého přástového válu [m]
 v_p pracovní rychlost stroje [m/min]
 n_1 ... otáčky rozvolňovacího válce [min^{-1}]
 n_2 ... otáčky pracovního válce [min^{-1}]
 n_3 ... otáčky volantu [min^{-1}]
 n_4 ... otáčky hlavního bubnu [min^{-1}]
 n_5 ... otáčky snímače [min^{-1}]

n_6 otáčky obraceče [min^{-1}]

n_7 otáčky odváděcích válečků [min^{-1}]

Obecný postup výpočtu je uveden v tabulce č.1.

Tab.1 Tabulka pro výpočet vlnových délek metodou fy Zellweger Uster

Stroj	Pracovní orgán	Vlnová délka λ_i [m]
Prstencový dopřádací stroj	příváděcí přítlačný váleček	$\lambda_1 = \pi d_1 \cdot P_c$
	střední přítlačný váleček	$\lambda_2 = \pi d_2 \cdot P_1$
	odváděcí přítlačný váleček	$\lambda_3 = \pi d_3$
	horní řemínek	$\lambda_4 = l_1 P_1$
	spodní řemínek	$\lambda_5 = l_2 P_1$
	běžec	$\lambda_6 = \pi d_p$
	vřeteno (s prázdnou cívkou)	$\lambda_7 = \pi d_v$
	vřeteno (s plnou cívkou)	$\lambda_8 = \pi d_c$
	průtahové vlny	$\lambda_9 \sim 2,75 \bar{l}$

Stroj	Pracovní orgán	Vlnová délka λ_i [m]
Mykací Stroj	rozvolňovací válec	$\lambda_1 = v_p/n_1$
	pracovní válec	$\lambda_2 = v_p/n_2$
	volant	$\lambda_3 = v_p/n_3$
	hlavní válec	$\lambda_4 = v_p/n_4$
	snímač	$\lambda_5 = v_p/n_5$
	obraceč	$\lambda_6 = v_p/n_6$
	odváděcí válec	$\lambda_7 = \pi d_7$
	dělicí řemínky	$\lambda_8 = l_F$
	zdvih zaoblovacích pásů	$\lambda_9 = v_p/n$
	přástový vál (prázdný)	$\lambda_{10} = \pi d_A$
	přástový vál (plný)	$\lambda_{11} = \pi d_B$

Příklad č.17

Na základě metody fy Zellweger –Uster určete vlnové délky, odpovídající jednotlivým pracovním orgánům prstencového dopřádacího stroje PG 6A a mykacího stroje CR 30, jestliže jsou vám známy níže uvedené parametry strojů :

Hlavní parametry mykacího složení CR 30 Befama:

Pracovní orgán	Otcky n [1/min]	Průměr d [mm]
Hlavn buben	120	1500
Snímač	5,76	1270
Rozvolnova	100	212
1. pracovní válec	28	238
2. pracovní válec	24	238
3. pracovní válec	20	238
4. pracovní válec	16	238
5. pracovní válec	14	238
1. obraceč	500	105
2. obraceč	500	105
3. obraceč	480	105
4. obraceč	440	105
5. obraceč	430	105
Volant	650	314
Zablovac ústrojí	500	dlka zdvihu 26 mm
Snímací hřeben	1200	-
Podávací válec	2,3	78
Remnky	-	Dlka řemínku 1830 mm
Nvin (przdn)	-	50
Nvin (pln)	-	250

Pracovní rychlost stroje $v = 21\text{m/min}$

Parametry prstencového dopřádacího stroje PG 6A Befama

Pracovní orgán	Otcky n [1/min]	Průměr d [mm]
Spodní přiváděcí váleček	158	32
Horn přiváděcí váleček	101	50
Střední spodní váleček	179	32
Horn přtlan váleček	115	50
Spodní odváděcí váleček	179	32
Vřeten	5760	duinka $\varnothing 44$, $l = 400$ návin $\varnothing 78$
Prstenec		95
Běžec		J PAD
Odvíjecí válec	32	178

Průtah stroje $P = 1,136$ Zákrut příze $Z = 320$ z/m

Řešení:

Podle tab.1- Výpočet vlnových délek metodou fy Zellweger Uster a základních parametrů dopřadacího a mykacího stroje vypočítáme příslušné vlnové délky:

Stroj	Pracovní orgán	Vlnová délka λ_i [m]
PG 6A	příváděcí přítlačný váleček	$\lambda_1 = \pi d_1 \cdot P_c = \pi \cdot 0,05 \cdot 1,136 = 0,178$
	odváděcí přítlačný váleček	$\lambda_3 = \pi d_3 = \pi \cdot 0,05 = 0,157$
	běžec	$\lambda_5 = \pi d_p = \pi \cdot 0,095 = 0,298$
	vřetenno (s prázdnou cívkou)	$\lambda_6 = \pi d_v = \pi \cdot 0,044 = 0,138$
	vřetenno (s plnou cívkou)	$\lambda_7 = \pi d_c = \pi \cdot 0,078 = 0,245$
	průtahové vlny	$\lambda_8 \sim 2,75 \cdot \bar{l} = 2,75 \cdot 0,07 = 0,193$

Stroj	Pracovní orgán	Vlnová délka λ_i [m]
CR 30	rozvolňovací (přenašecí) válec	$\lambda_{11} = v_p/n_1 = 21/100 = 0,21$
	pracovní válec	$\lambda_{21} = v_p/n_2 = 21/28 = 0,75$
		$\lambda_{22} = 21/24 = 0,875$
		$\lambda_{23} = 21/20 = 1,05$
		$\lambda_{24} = 21/16 = 1,312$
		$\lambda_{25} = 21/14 = 1,5$
	volant	$\lambda_3 = v_p/n_3 = 21/650 = 0,032$
	hlavní válec	$\lambda_4 = v_p/n_4 = 21/120 = 0,175$
	snímač	$\lambda_5 = v_p/n_5 = 21/ 5,76 = 3,696$
	obraceč	$\lambda_{61} = v_p/n_6 = 21/500 = 0,042$
$\lambda_{62} = 21/500 = 0,046$		
$\lambda_{63} = 21/480 = 0,043$		
$\lambda_{64} = 21/440 = 0,048$		
$\lambda_{65} = 21/420 = 0,05$		
dělicí řemínky	$\lambda_8 = l_F = 1,830$ $l_F = 1,410$	
zdvih zaoblovacích pásů	$\lambda_9 = v_p/n = 21/500 = 0,042$	
přástový vál (prázdný návin)	$\lambda_{10} = \pi d_A = \pi \cdot 0,05 = 0,157$	

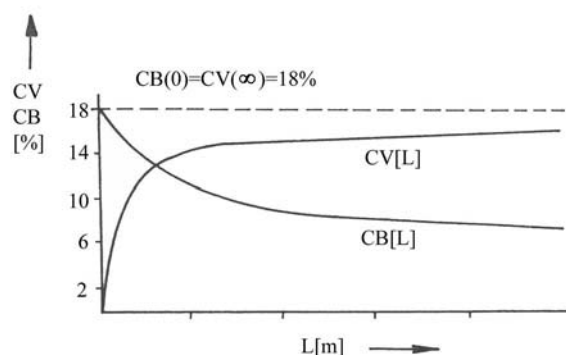
přástový vál (plný návín)	$\lambda_{11} = \pi d_B = \pi \cdot 0,25 = 0,781$
---------------------------	---

Při vyhodnocování spektrogramu pak stačí pouze porovnat vlnovou dčlku extrémní amplitudy harmonické složky nestejnomyěrnosti, na které se ve spektrogramu objevilo charakteristické spektrum s vypočtenými vlnovými dčlkami odpovídající jednotlivým pracovním orgánům stroje. V případě, že v tabulce nalezneme odpovídající vlnovou dčlku, pak příslušný pracovní orgán vnáší do produktu periodickou nestejnomyěrnost.

2.2.2.2. Dčlková variační křivka a její vyhodnocení

Dčlková variační křivka (DVK) znázorňuje závislost vnější hmotné nestejnomyěrnosti na dčlce úseku vlákenného produktu. Vnější hmotná nestejnomyěrnost vyjadřuje variabilitu hmotnosti mezi úseky dčlky L , v některých pramenech se nazývá gradient vnější nestejnomyěrnosti $CB(L)$.

Dříve se uváděl i gradient vnitřní nestejnomyěrnosti $CV(L)$, který vyjadřoval kolísání hmotnosti průřezů vlákenného produktu uvnitř úseků dčlky L (obr.37).



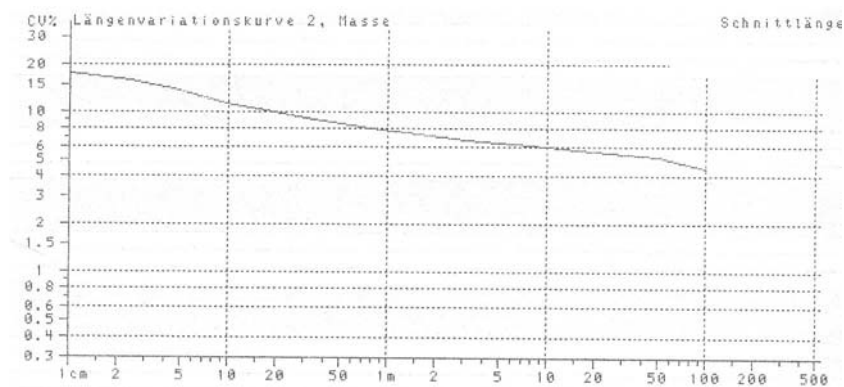
Obr.37 Teoretický průběh gradientu vnější CB a vnitřní CV hmotné nestejnomyěrnosti

Pro gradienty $CB(L)$ a $CV(L)$ platí následující vztahy [2]:

$$\begin{aligned} CB(0) &= CV(\infty) \\ CV(0) &= CB(\infty) = 0 \end{aligned} \tag{74}$$

V anglické literatuře byla vnější dčlková variační funkce původně označována $CB(L)$. V dnešní době se však vnitřní dčlkové variační funkce nevyužívá, proto se v praxi přešlo na označení $CV(L)$, zde DVK.

Pomocí DVK lze identifikovat neperiodickou nestejnomyernost. Křivka zachycuje vliv celé technologie na výslednou nestejnomyernost příze. Lze ji zobrazit přístrojem USTER-TESTER III, event.IV v logaritmických souřadnicích:



Obr.38 Délková variační křivka – vlnařská mykaná příze (100%VSS) - výstup z Uster-Tester III

Vyhodnocení DVK

Vyhodnocení této křivky spočívá v jejím porovnání s limitní DVK, určení délky úseku, na kterém nestejnomyernost vznikla a následné identifikaci stroje vnášející tuto nestejnomyernost.

Stanovení limitní DVK

a) Metoda výpočtová

Pro výpočet limitní DVK byly stanoveny empirické vztahy [8]:

$$\left(\frac{CV(L)}{CV(0)}\right)^2 = 1 - \frac{L}{3 \cdot \bar{l}} \quad L < \bar{l} \quad (75a)$$

$$\left(\frac{CV(L)}{CV(0)}\right)^2 = \frac{\bar{l}}{L} - \frac{\bar{l}^2}{3 \cdot L^2} \quad L > \bar{l} \quad (75b)$$

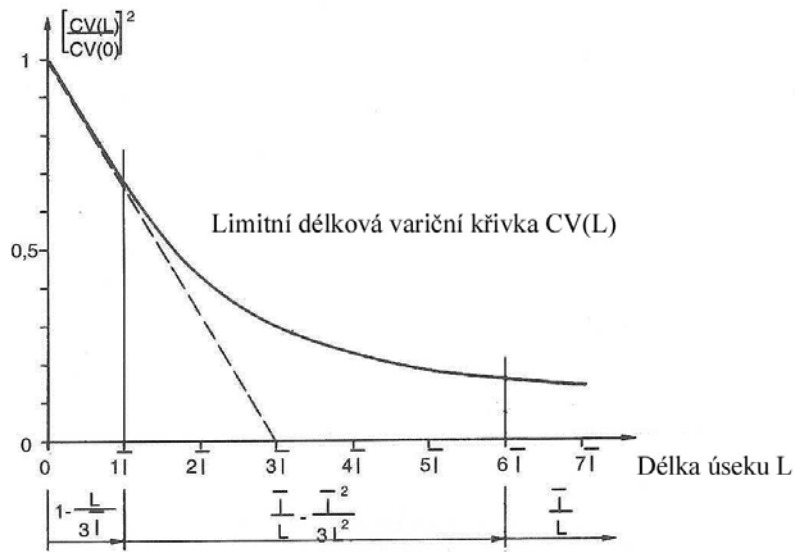
$$\left(\frac{CV(L)}{CV(0)}\right)^2 = \frac{\bar{l}}{L} \quad L > 6 \cdot \bar{l} \quad (75c)$$

Kde: $CV(L)$... kvadratická nestejnomyernost mezi úseky délky L [%]

$CV(0)$... kvadratická nestejnomyernost průřezu (CV_{lim}) [%]

\bar{l} průměrná délka vláken [m]

L délka úseku [m]



Obr.39a Limitní délková variační křivka

b) Zjednodušená metoda

Je odvozena z výpočtové metody.

Vztah (75c) lze vyjádřit :

$$CV(L) = CV(0) \cdot \sqrt{\frac{\bar{l}}{L}}$$

Jeho logaritmování získáme:

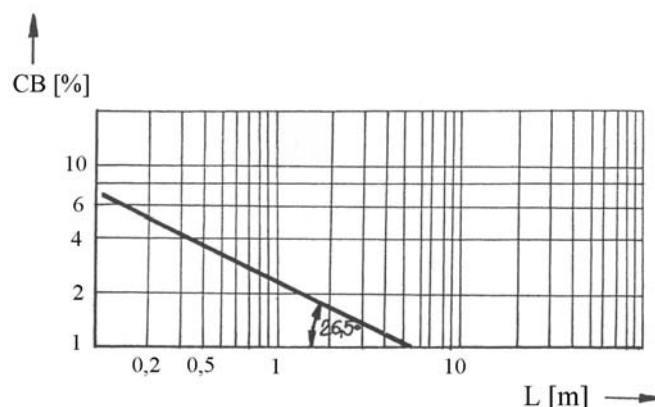
$$\log CV(L) = \log CV(0) + \frac{1}{2} \log \bar{l} - \frac{1}{2} \log L$$

což je rovnice přímky se směrnicí $k = \operatorname{tg} \alpha = -1/2$

$$\alpha = -26,5^\circ$$

Do grafu DVK se sestrojí v bodě O = $\left[L = 1m, CV(1) = \frac{100}{\sqrt{n}} \cdot \sqrt{\bar{l}} \right]$ přímka pod úhlem

$\alpha = -26,5^\circ$ limitní DVK. Tato přímka je zobrazena na obr.39b.



Obr.39b Sestrojení limitní dčlkové variační křivky zjednodušenou metodou

Jakčkoli odchčlení reálné DVK od limitní křivky charakterizuje změnu hmotové nestejnomyěrnosti pŕize. Odchčlení směrem nahoru znamená zhoršení, odchčlení směrem dolů zlepšení hmotové stejnoměrnosti.

Na základě dčlky úseku, ve kterém zlom křivky nastal, lze pomocí teorie Grosberg – Malatinzsky [9] identifikovat stroj, který způsobil změnu hmotové nestejnomyěrnosti. Podle této teorie každý stroj vkládá do produktu nestejnomyěrnost, která se v pŕizi vlivem pŕutahu projeví na jiné dčlce úseku. Metoda vychází z předpokladu, že největší nestejnomyěrnost vzniká na krátkých úsečkách. Dčlka těchto úseček je vymezena tzv. základní referenční dčlkou L_0 . Tato výchozí dčlka je potřebná pro výpočet dčlek pŕislušejících jednotlivým technologickým stupňům a je definována:

$$L_0 = \bar{l} \cdot (1 + CV_l^2) \quad (76)$$

Tuto dčlku lze určit i s použitím empirických konstant k podle literatury firmy Zellweger:

$$L_0 = k \cdot \bar{l} \quad (77)$$

CV_l ... variační koeficient dčlky vláken

k empirická konstanta (ba: $k = 1,18$, vl: $k = 1,27$, chem.vl. $k = 1$)

\bar{l} průměrná dčlka vláken v pŕizi [m]

V pŕípadě, že průměrná dčlka vláken v pŕizi není známa, lze ji určit ze spektrogramu jako průmět dčlky vlákna do osy pŕize. Viz výše vztah (69), kap.2.2.2.1. Spektrogram a jeho vyhodnocení.

Vzhledem k tomu, že vlivem následného pŕutahu se tato základní dčlka L_0 zvětšuje, je obecně dčlka odpovídající i-tému technologickému stupni dána vztahem:

$$L_i = L_0 \cdot P_{i-1} \quad (78)$$

L_0 ... všchodš dšlka ũseku pŕadelnickšho produktu (referenšnš dšlka)

L_i dšlka ũseku pŕadelnickšho produktu odpovšdajšcš i-tšmu technologickšmu stupni

$i = 1$ dopŕadacš stroj

$i = 2$ pŕedpŕadacš stroj (finiser), atd.

P_{i-1} celkovš pŕŕtah v rozsahu jednotlivšch technologšchch stupňŕ

$i = 1$ $P_0 = 1$

$i = 2$ P_1 ... pŕŕtah na dopŕadacšm stroji

$i = 3$ P_2 ... celkovš pŕŕtah na dopŕadacšm a pŕedpŕadacšm stroji
atd.

Jestliže odchšlenš DVK smšrem nahoru oproti pŕŕbšhu limitnš dšlkovš variašnš kŕivky nastalo na dšlce L_i , lze usuzovat podle metody Grosberg-Malatinsky, že i-tš stroj v technologii (poŕadš proti smšru toku vlšknšho produktu) mš negativnš vliv na hmotovou stejnomšrnost.

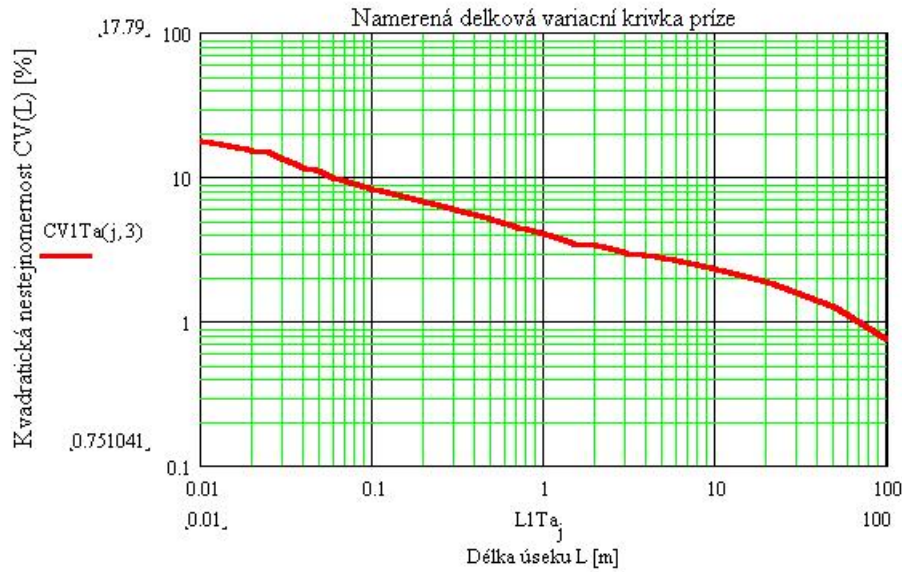
Odchšlenš kŕivky smšrem dolŕ oproti pŕŕbšhu limitnš dšlkovš variašnš kŕivky znamenš zestejnomyšrnšnš produktu. Objevuje se pŕevšžnš v rotorovš technologii, je zpŕsobeno ũčinkem cyklickšho druženš.

Pŕšklad č. 18

Vypoštšjte limitnš dšlkovou variašnš kŕivku bavlnšřskš mykanš pŕšze jmenovitš jemnosti $T = 20\text{tex}$, vyrobenš ze 100% ba, stŕednš jemnost vlšken $t = 170\text{mtex}$, pŕŕmšrnš dšlka vlšken uršenš ze spektrogramu $\bar{l} = 21\text{mm}$. Uršete dšlky ũseku, na kteršch se v dšlkovš variašnš kŕivce pŕšze projevš vliv jednotlivšch strojŕ bavlnšřskš mykanš technologie. Pokuste se vyhodnotit ziskanou dšlkovou variašnš kŕivku - zobrazenš nšže, znšte-li jemnosti jednotlivšch poloproductŕ a pošet druženš v každš operaci:

Jemnosti jednotlivšch poloproductŕ:

Operace	Vlšknš ũtvar	Jemnost T[tex]	Druženš
Dopŕadani	pŕšze	20	1
Pŕedpŕadani	pŕšst	500	1
II. posukovacš pasáž	pramen	5200	8
I. posukovacš pasáž	pramen	4000	7
Mykani	pramen	4500	1



Obr.40 Naměřená delková variační křivka příze, převedená do digitální formy

Řešení:

1) Limitní delkovou variační křivku určíme podle vztahů:

$$CV(L) = CV(0) \sqrt{1 - \frac{L}{3\bar{l}}} \quad \text{pro } L < \bar{l}$$

$$CV(L) = CV(0) \sqrt{\frac{\bar{l}}{L} - \frac{\bar{l}^2}{3L^2}} \quad \text{pro } L > \bar{l}$$

$$CV(L) = CV(0) \sqrt{\frac{\bar{l}}{L}} \quad \text{pro } L > 6 \cdot \bar{l}$$

$$\text{kde: } CV(0) = CV_{lim} = \frac{100}{\sqrt{\frac{T}{t}}} = \frac{100}{\sqrt{\frac{20}{0,17}}} = 9,219\%$$

do vztahů dosadíme a sestojíme limitní delkovou variační křivku v log. souřadnicích v závislosti na délce úseku L do grafu naměřené DVK.

2) Délky, na kterých se v přízi projeví nesejnomernost vznikající na jednotlivých strojích použitých v technologii vypočteme podle výše uvedených vztahů:

Základní referenční délka :

$$L_0 = k \cdot \bar{l}, \text{ v případě ba } k = 1,18$$

Ostatní referenční délky:

$$L_i = L_0 \cdot P_{i-1},$$

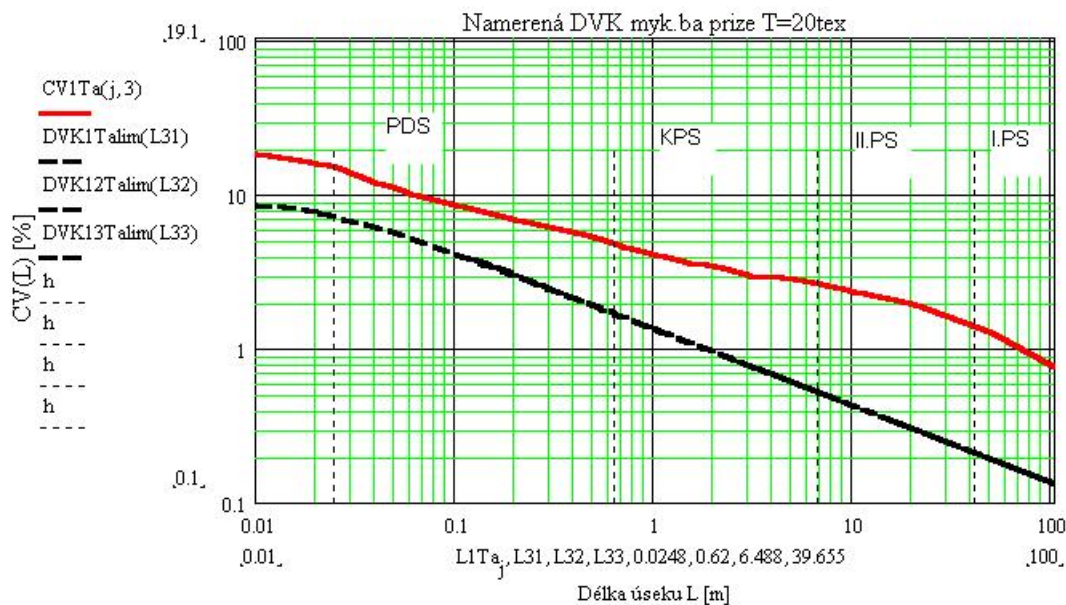
tedy v aplikaci na mykanou bavlnářskou technologii:

i	Stroj	Délka úseku
1	PDS	$L_1 = k \cdot \bar{l}$
2	KPS	$L_2 = L_1 \cdot P_1$
3	PS II.	$L_3 = L_1 \cdot P_1 \cdot P_2$
4	PS I.	$L_4 = L_1 \cdot P_1 \cdot P_2 \cdot P_3$
5	MS	$L_5 = L_1 \cdot P_1 \cdot P_2 \cdot P_3 \cdot P_4$

Průtah vypočteme ze známého vztahu: $P = \frac{T_{\text{přiv}} [\text{tex}]}{T_{\text{odv}} [\text{tex}]} \cdot D$, tedy :

Stroj	Průtah	Délka úseku L_i [m]
PDS	$500/20 = 25$	$L_1 = 1,18 \cdot 0,021 = 0,0248$
KPS	$5200/500 = 10,4$	$L_2 = 0,0248 \cdot 25 = 0,62$
PS II.	$(4000/5200) \cdot 8 = 6,15$	$L_3 = 0,0248 \cdot 25 \cdot 10,4 = 6,448$
PS I.	$(4500/4000) \cdot 7 = 7,87$	$L_4 = 0,0248 \cdot 25 \cdot 10,4 \cdot 6,15 = 39,655$
MS		$L_5 = 0,0248 \cdot 25 \cdot 10,4 \cdot 6,15 \cdot 7,87 = 312,08$

Vypočtené délky úseků vyneseme do grafu DVK příze spolu s vypočtenou limitní délkovou variační křivkou:



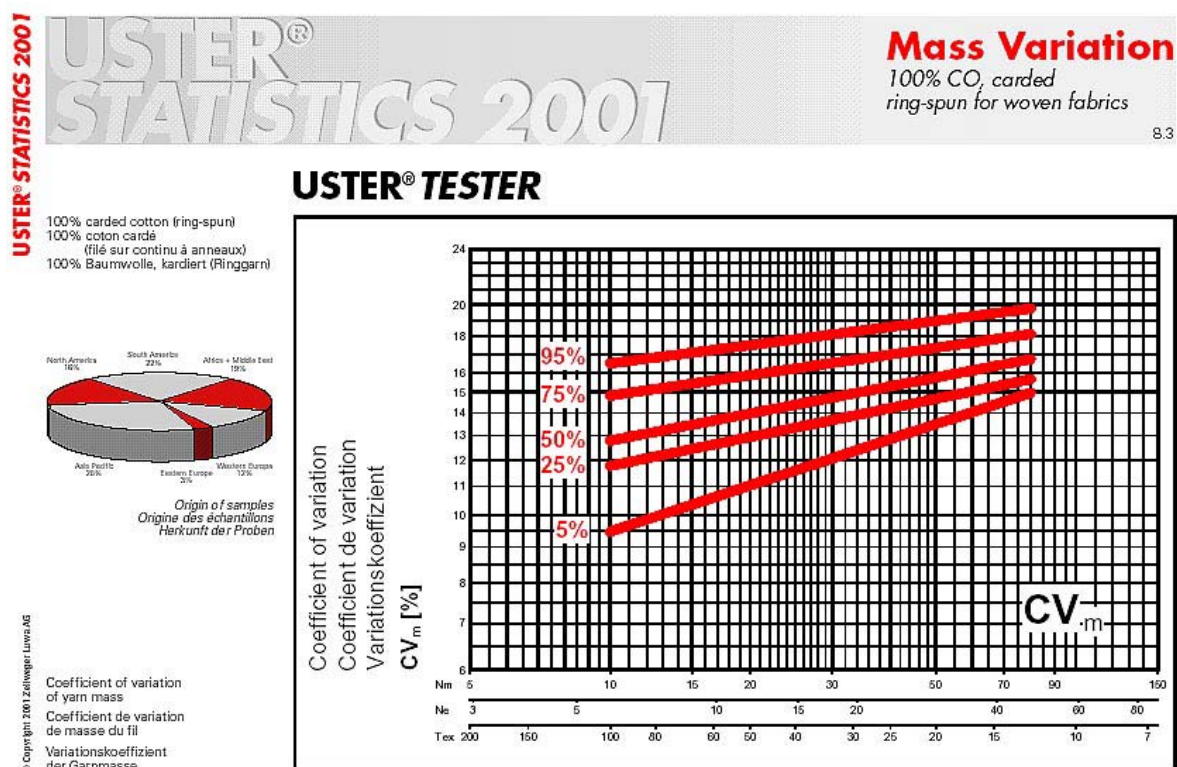
Obr.41 Naměřená (CV1Ta) a limitní (DVKTalim) délková variační křivka příze, vymezené úseky vlivu strojů

Prubeh skutečne delkové variační křivky příze porovnáme s prubehem limitní křivky. Na krátkých úsecích reálná křivka kopíruje prubeh limitní DVK. Od délky $L = 3\text{m}$ se reálná křivka začíná odchylovat od limitní směrem nahoru. Můžeme tedy říci, že křídlový předpřádací stroj a II.pasáž posukovacího stroje vnáší do příze neperiodickou nestejnomyernost. Od délky $L = 60\text{m}$ se křivka začíná opět přibližovat limitní DVK. Na tomto úseku se začíná projevat regulace zařazená na I.pasáži posukování.

2.3. Standardy Uster Statistics

Jak už bylo uvedeno v kap (2.2.1. - Parametry hmotové nestejnomyernosti), standardy Uster Statistics slouží k porovnání různých parametrů hmotové nestejnomyernosti námi vyrobené příze (přástu, pramene) s ostatními na trhu se vyskytujícími přízemi (přásty, prameny) stejného typu a jemnosti.

Standardy jsou tvořeny jako síť parametru (I, CV, \dots atd.) versus jemnost příze, kterou procházejí linie 5,25,50,75 a 95%. Tyto linie představují místa konstantní kumulativní četnosti celosvětově naměřených parametrů (I, CV, \dots) a vyjadřují, kolik procent výrobců vyrábí danou přízi (přást,pramen) o stejné nebo lepší kvalitě.



Obr.42 Ukázka Uster-Statistics – standardní hodnoty kvadratické nestejnomyernosti CV pro 100% ba přízi mykanou, dopřádanou na prstenovém dopřádacím stroji, určenou pro tkaniny

Poslední aktualizace standardů proběhla v roce 2001 a je možné si ji objednat v elektronické formě na adrese <http://www.uster.com>.

Příklad č.19

U 100% ba příze jemnosti $T = 25\text{tex}$ vyrobené prstencovou mykanou technologií jsme naměřili průměrnou hodnotu $CV = 17,1\%$. Určete jaká je kvalita příze podle Uster –Statistics 2001.

Řešení:

V příručce Uster - Statistics vyhledáme příslušný diagram (uvedený výše – obr.42) a podle parametrů příze (T, CV) určíme, poblíž které linie leží naše příze. V našem případě se jedná o linii 75%. Tzn., že 75% daných přízí jemnosti 25tex vyráběných ve světě dosahuje maximálně $CV = 17\%$, neboli 25% výrobců vyrábí tutéž přízi s $CV = \text{min.}17\%$, z čehož vyplývá, že naše příze patří s danou úrovní CV mezi příze méně kvalitní (75% výrobců vyrábí přízi kvalitnější).

2.4. Měření hmotové nestejnomyěrnosti

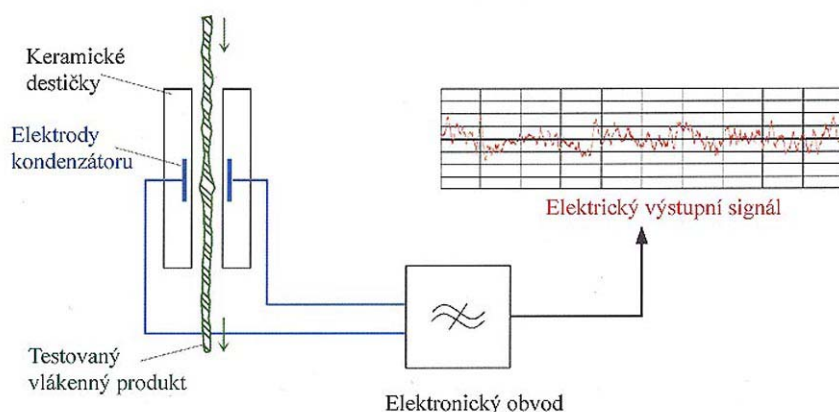
K měření hmotové nestejnomyěrnosti délkovyých vláknenných útvarů se v dnešní době využívá dvou principů:

- a) kapacitní – Uster-Tester (UT 1-4)
- b) optický - Zweigle

ad a) Kapacitní princip

Jak bylo uvedeno, zástupcem kapacitního principu měření HN je aparatura fy Zellweger Uster, která se nazývá Uster – Tester. V dnešní době již byla vyvinuta IV. typová řada. V našich přádelnách je však zatím nejvíce rozšířena typová řada II – která se užívá především na provozech ke zjišťování hmotové nestejnomyěrnosti jednotlivých poloproduktů. V laboratořích se využívá typová řada III, výjimečně IV.

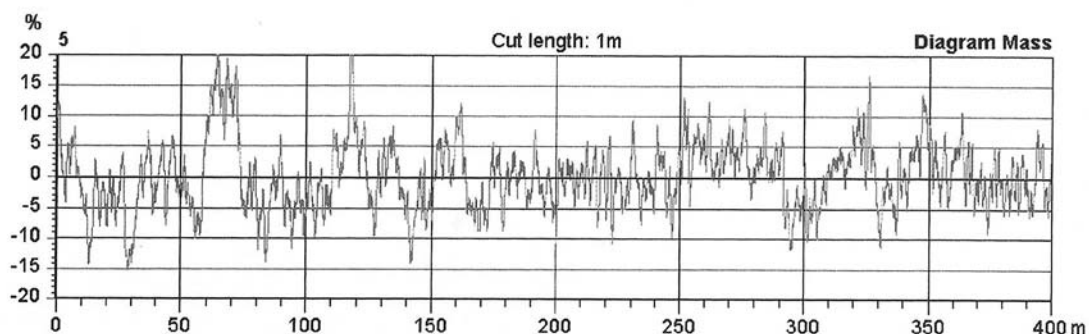
Měření hmotové nestejnomyěrnosti spočívá v průchodu délkového vláknenného materiálu mezi deskami kondenzátoru. Velice zjednodušeně - se změnou hmoty vláknenného materiálu se mění kapacita kondenzátoru, která je převedena na změnu proudu, jež je úměrná změně hmotnosti vláknenného materiálu. Na obr.43 je znázorněn princip měření.



Obr.43 Princip měření na přístroji Uster-Tester

Výsledný signál je poté přístrojem zpracováván pomocí Fourierovy transformace.

Výstupem z přístroje je mimo jiné tzv. hmotnostní diagram (obr.44), který zachycuje kolísání hmotnosti měřeného materiálu v závislosti na délce úseku. Diagram obsahuje základní informace, ze kterých jsou v případě UT3 odvozeny lineární a kvadratická nestejnomyěrnost (U, CV), variační koeficient $CV(L)$ pro délky úseku $L = 1;3;10;100m$, vady (slabá a silná místa, nopky), index nestejnomyěrnosti a charakteristické funkce – spektrogram (rozsah vlnových délek $\lambda = 0,01 - 1240m$) a dčlková variační křivka (rozsah délek úseků $L = 0,01-400m$), četnostní diagram. Je možné trojrozměrné zobrazení spektrogramů i DVK. K přístroji je možné připojit přídavný modul pro měření chlupatosti příže. Nejnovější typ UT4 je doplněn možností konstrukce obrazu povrchového vzhledu plošné textilie (tkaniny, pleteniny).



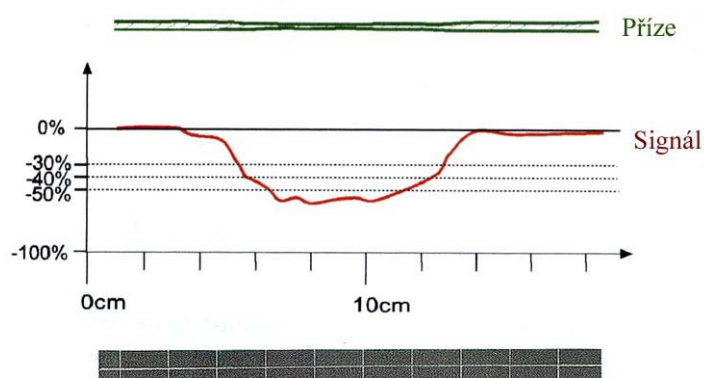
Obr.44 – Hmotnostní diagram- kolísání hmotnosti příže v závislosti na délce úseku

ad b) Optický princip

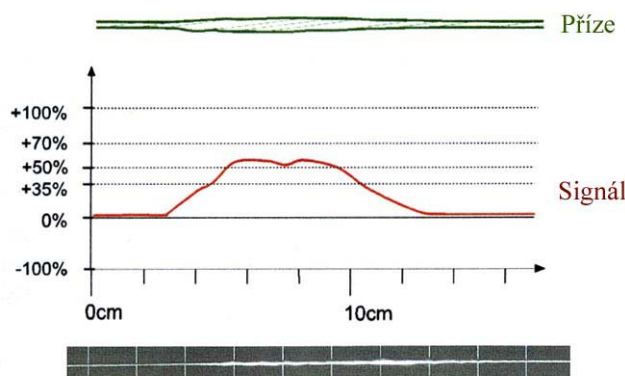
K optickému měření hmotné nestejněměnosti přádelnických produktů se využívá přístroj fy Zweigle. Měřený délkový útvar prochází optickým čidlem, které snímá průměr délkového vlákněného produktu. Zaznamenává se $CV[\%]$, slabá, silná místa, nopky. Přístroj rovněž konstruuje spektrogram a délkovou variační křivku. Dokáže též predikovat vzhled výsledné plošné textilie (tkaniny a pleteniny) na základě zjištěné nestejněměnosti příze a v závislosti na zvolené vazbě plošné textilie.

2.5. Druhy vad v přízi [8]

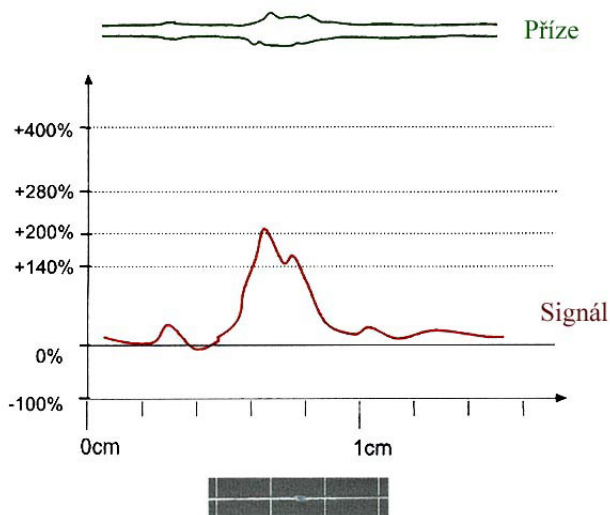
Kvalitu příze kromě úrovně parametrů hmotové nestejněměnosti - $CV(U, I, \dots)$ určuje i tzv. počet vad v přízi. Pod pojmem vada rozumíme *slabé nebo silné místo* (tj. místo, kde dojde k zeslabení nebo zesílení příčného průřezu vlákněného útvaru o určitou míru –max. však 100% přírůstek nebo 60% úbytek) a *nopky* (zvýšení průřezu příze o víc jak 140% na délce 1mm příze).



Obr.45 Slabé místo v přízi, jeho odpovídající signál



Obr.46 Silné místo v přízi, jeho odpovídající signál



Obr.47 Nopek v přízi, jeho odpovídající signál

Počet vad se udává na délku 1km a jsou zjišťovány v rámci měření HN.

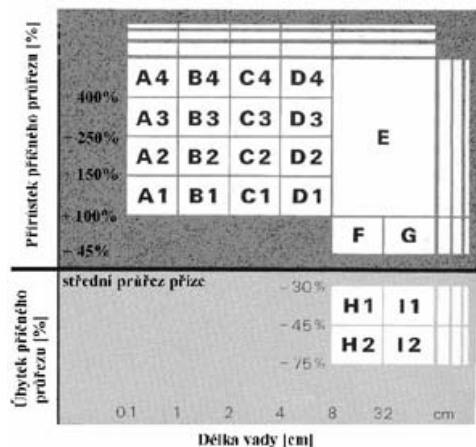
Četnost a velikost vad v přízi je důležitým parametrem při přesoukávání příze, proto rozlišujeme vady:

- relativně často se vyskytující, ale ne tak velké
- málo četné, ale hrubé – rušivé

Při přesoukávání se odstraňují vady rušivé. Tyto vady jsou během přesoukávání zjišťovány a odstraňovány systémem Uster-Classimat.

2.5.1. Systém Uster-Classimat

Zařízení se instaluje na soukací stroj. Jak již bylo uvedeno, slouží ke klasifikaci a odstranění rušivých vad v přízi. Vady přístroj rozděluje do 23 skupin podle schématu (obr.48) a v závislosti na nastavení odstraňuje vady, které přesahují svojí délkou a průměrem nastavenou hodnotu.

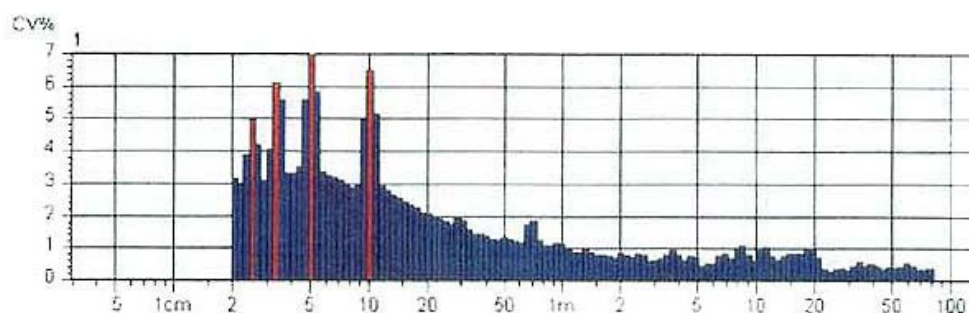


Obr.48 Rozdělení vad systému Uster-Classimat

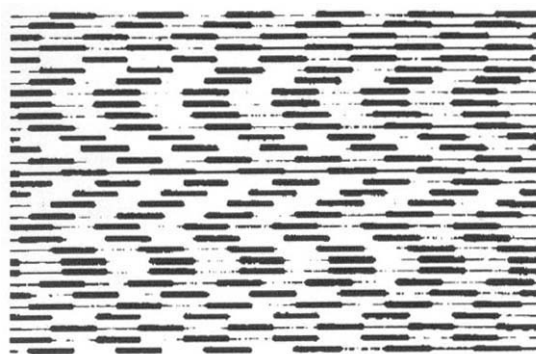
2.6. Projev hmotné nestejnomyěrnosti přize v plošné textilii [8]

Hmotná nestejnomyěrnost přize se v plošné textilii může projevovat 3 "známými" základními formami:

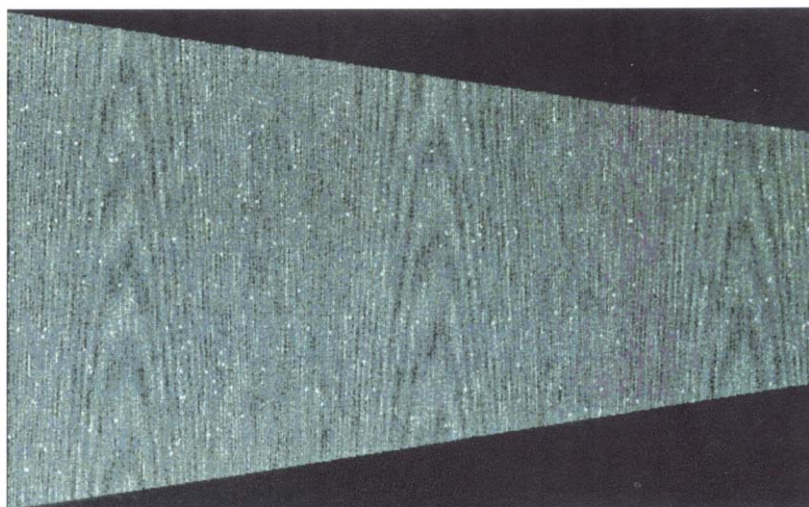
- a) **Moiré efekt** – vzniká díky časté periodické nestejnomyěrnosti přize s relativně krátkou vlnovou dčlkou $\lambda = 1-50\text{cm}$. Periodicky se opakující slabá nebo silná místa leží ve výsledné plošné textilii blízko sebe. Příčinou jeho vzniku bývá často např. nečistota v rotoru spřádací jednotky. Ve spektrogramu se projevuje formou charakteristických spekter na vlnových dčlkách $\lambda = u, u/2, u/3, \dots$, kde u je obvod rotoru. Ve tkanině vyvává obraz „struktury dřeva“.



Obr.49 Projev moiré efektu ve spektrogramu přize



Obr. 50 Moiré efekt ve tkanině –náčtr



Obr.51 Moiré efekt v přízi navinuté na desce Plansicopu

Moiré efekt lze ve tkanině rozpoznat pouhým okem.

- b) **Pruhovitost** – vzniká díky dlouhoperiodické nestejnosti příze (kolísání hmotnosti na dlouhých úsecích příze - $\lambda > 5m$), která ve tkanině nebo pletenině projevuje zřetelnými pruhy, neboť vlnová délka periodické chyby je větší než tkací šířka nebo obvod pleteniny.



Obr.52 Pruhovitost -náčrt

Periodické vady příze o vlnové délce $\lambda = 50cm - 5m$ nelze vždy ve tkanině nebo pletenině rozpoznat.

- c) **Mrakovitost** – „neklidný“ vzhled tkaniny, vzniká vlivem téměř periodických vad v přízi

Projev hmotné nestejnosti příze v plošné textilii se hodnotí subjektivně na základě vizuálního zhodnocení vzhledu plošné textilie.

2.7. Zajišťování hmotové stejnoměrnosti [2]

Abychom získali stejnoměrnou přízi, je třeba zajistit, aby poloproducty z jednotlivých výrobních operací byly co nejstejnomyěrnější. Nestejnomyěrnost vláknenných produktů lze ovlivnit během operace: rozvolňování, mykání, protahování a družení. Nejčastějšími formy zajišťování hmotové nestejnomyěrnosti jsou tzv. regulace a družení.

2.7.1. Regulace hmotové nestejnomyěrnosti

V případě čechracích a potěracích strojů, mykacích strojů, posukovacích strojů se používají různá regulační zařízení k regulaci hmotové nestejnomyěrnosti příslušného produktu. Regulační zařízení pracují na principu *regulace dodávky materiálu do stroje* (hmotnostní nebo objemová) – čechrací, potěrací a mykací stroje, nebo *regulace průtahu* v průtahovém ústrojí (mykacího nebo posukovacího stroje).

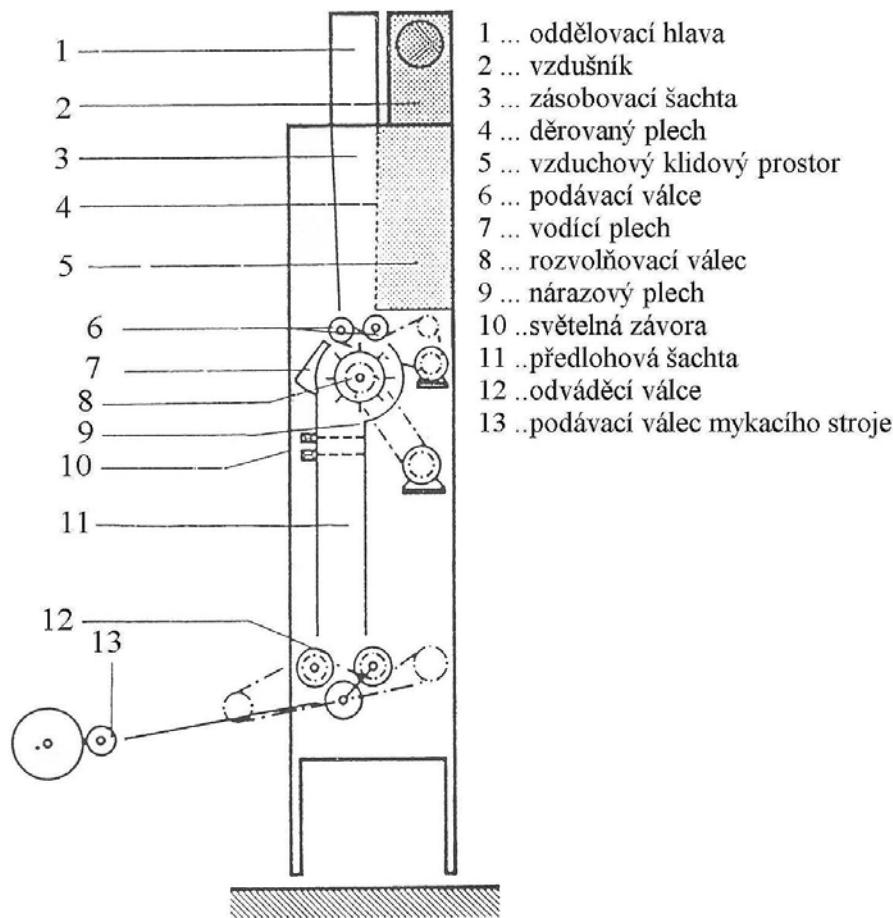
2.7.1.1. Regulace dodávky materiálu do stroje

Úkolem regulace dodávky materiálu je zajišťovat stejnoměrnou dodávku materiálu do stroje. Může být realizována několika způsoby:

- a) nepřímá
- b) automatické odvažovací ústrojí
- c) přímé měření materiálu na vstupu do stroje

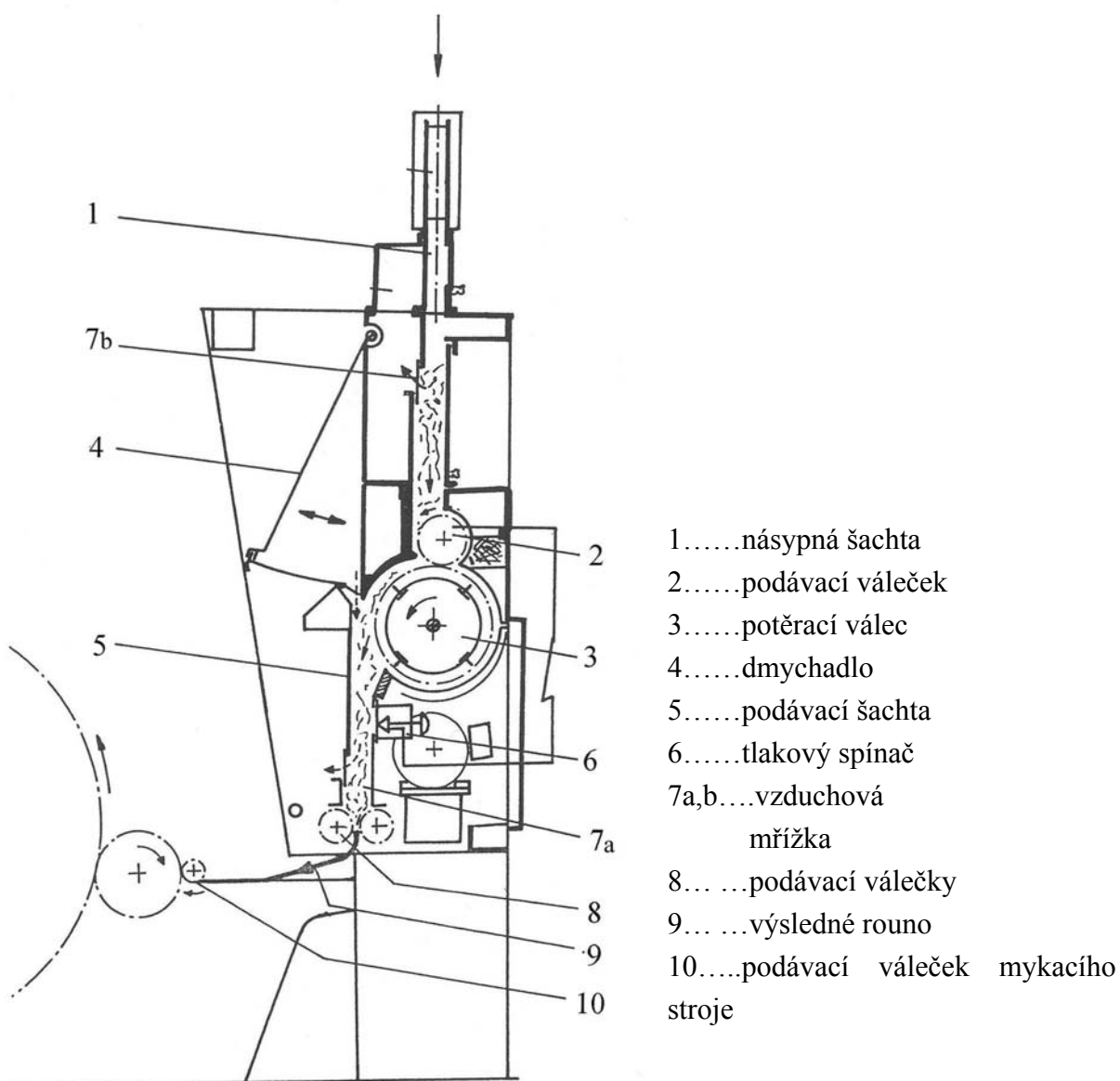
ad a) nepřímé zajišťování stejnoměrné hustoty (měrné hmotnosti) vláknenného materiálu
– spočívá v zajištění konstantní výšky sloupce materiálu v šachtě. Je realizováno pomocí např.:

- 1) Vločkového zásobníku (obr.53) - v šachtě vločkového zásobníku-3 je udržována stále stejná výška sloupce materiálu. Tím je zajištěna přibližně stálá hustota (měrná hmotnost) vláknenného materiálu v oblasti odváděcích válců 12 ve spodní části šachty. Konstantní výška sloupce je udržována pomocí světelné závory 10.



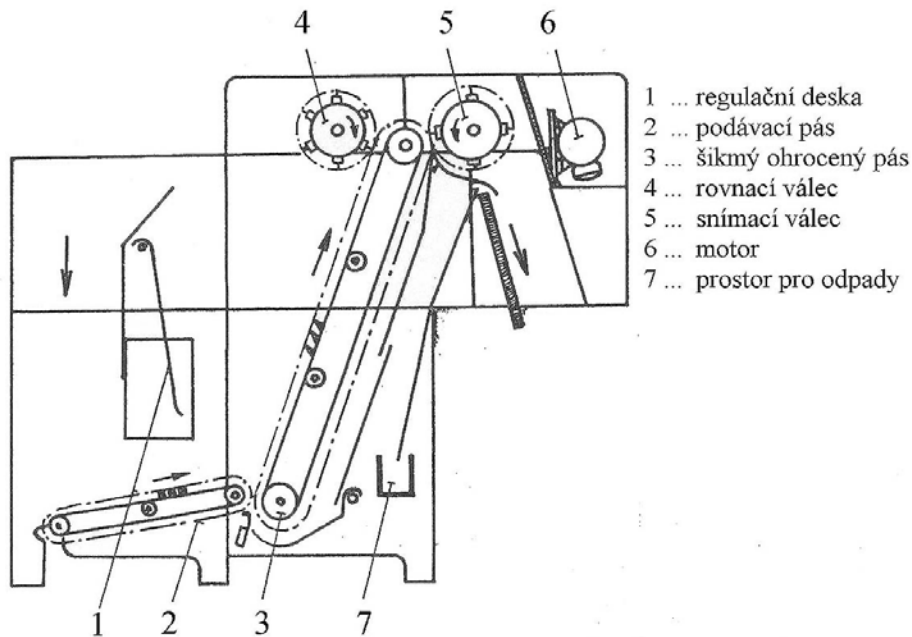
Obr.53 Vložkový zásobník

2) systému FBK – jedná se o vložkový zásobník víčkového mykacího stroje. Regulace výšky sloupce vlákenného materiálu je realizována na základě měření tlaku vzduchu v zásobní šachtě (obr.54). Vlákenný materiál je z šachty 1 přiváděn přes podávací váleček 2 k potěracímu válci 3. Zde se materiál rozvolňuje a postupuje do podávací šachty 5. V této šachtě je materiál stlačen tlakem vzduchu od dmyhadla 4. Vzduch proniká sloupcem vlákenného materiálu a uniká spodní mřížkou 7b, pokud není zakryta materiálem. V případě, že dodávka materiálu do šachty je větší než jeho spotřeba mykacím strojem, dochází k postupnému zakrývání mřížky. Tím se zvyšuje statický tlak v podávací šachtě a v případě překročení nastavené hodnoty tlaku dojde pomocí tlakového vypínače k vypnutí dodávky. Docílí se tak regulace měrné hmotnosti vlákenné vrstvy a tím i její jemnosti. Výsledná vrstva je přiváděna k mykacímu stroji



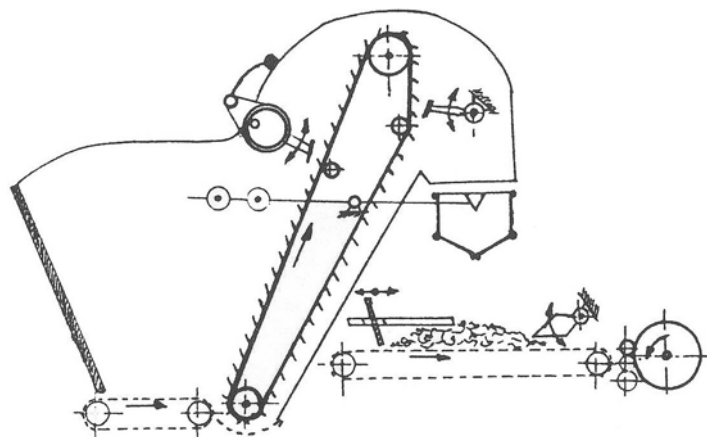
Obr.54 Zařízení pro vločkovou dodávku do mykacího stroje „FBK“ fy Trützschler

3) regulační deskou - udržuje stejnou výšku materiálu v násypné skříni nakládacího stroje (obr.55)

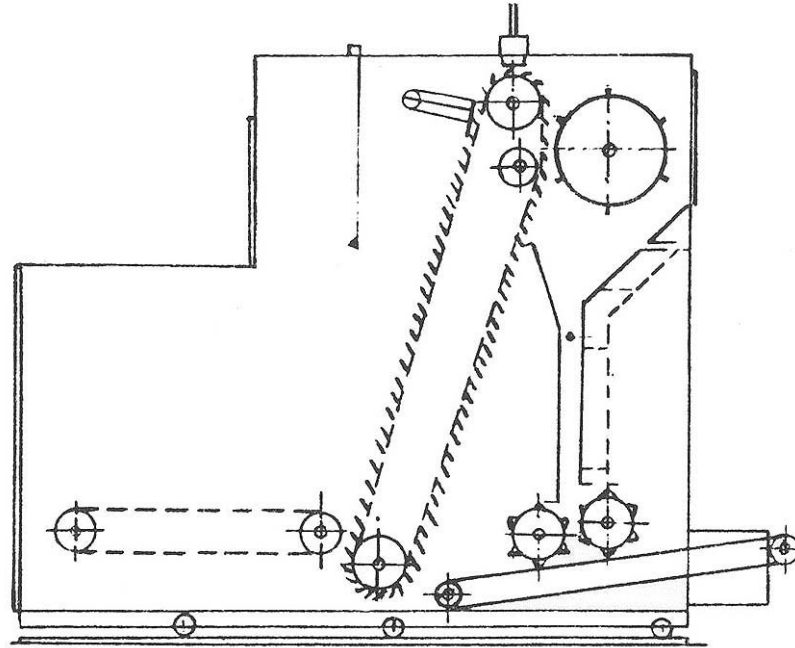


Obr.55 Schéma nakládacího stroje fy Textima

ad b) **automatické odvažovací (objemové) ústrojí** – dodávka materiálu do stroje probíhá ve stejných časových intervalech. Je dodávána vždy stejná hmotnostní dávka materiálu (odvažovací ústrojí) (obr.56) nebo je kontrolován objem (výška) sloupce vlákenného materiálu v podávací šachtě (volumetrický nakladač) (obr.57). Zařízení se používají k zajištění rovnoměrné dodávky do vlnářských mykacích strojů nebo pro dosažení rovnoměrného míchacího účinku nakládacích strojů mísících (součást bavlnářské čistírenské linky).

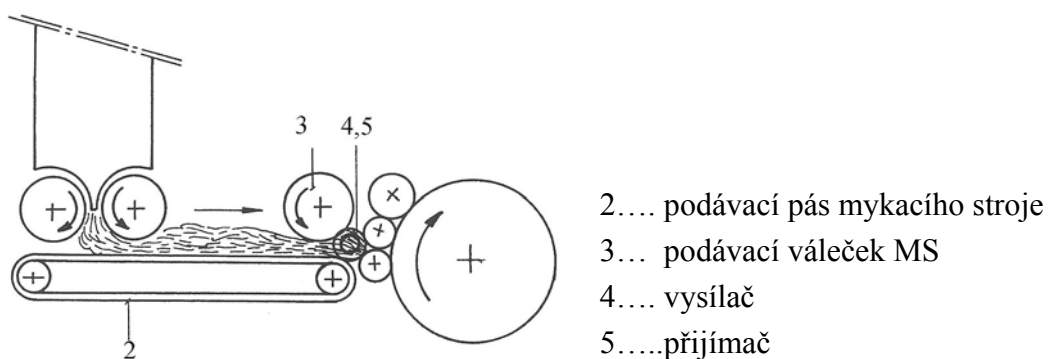


Obr.56 Odvažovací ústrojí

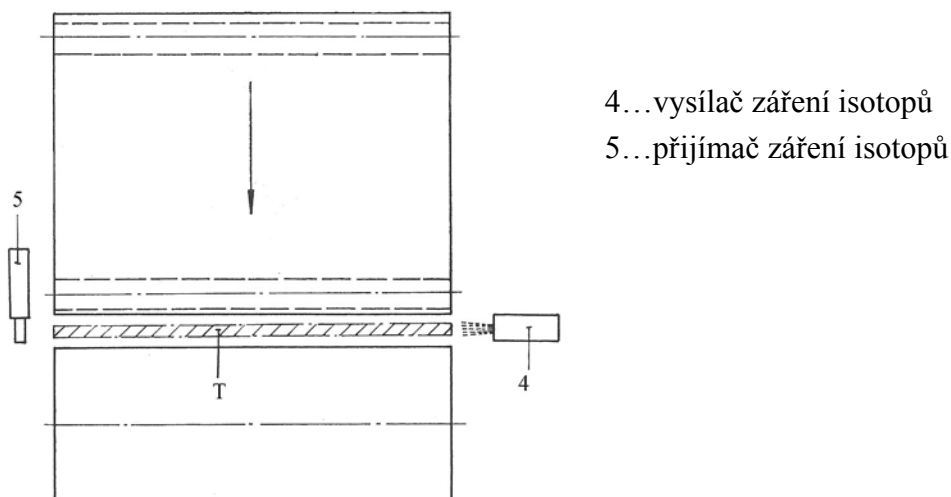


Obr.57 Princip volumetrickšého nakladače

ad c) **Přímš měření měrnš hmotnosti vláknšho útvaru na vstupu do mykacího stroje**
 - je realizováno např. pomocí regulačního zařízení Servolap fy HDB (obr.58,59). Měrnš hmotnost vláknšho materiálu se měří pomocí zářeni isotopů. Paprsky procházejí napříč rounem. Podle toho, jak je materiál rozvolněný, absorbuje více či ménš zářeni. Na základš množství zářeni zachycenšho přijímačem se reguluje rychlost podávacího válečku mykacího stroje.



Obr.58 Podávací ústrojí mykacího stroje s regulátorem Servolap



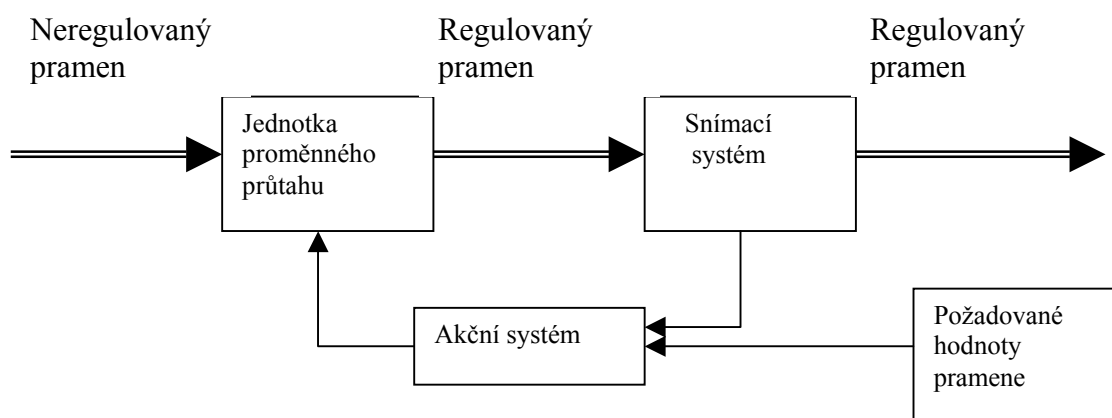
Obr.59 Detail snímání měrné hmotnosti rouna regulačním systémem Servolap

2.7.1.2 Regulace průtahu

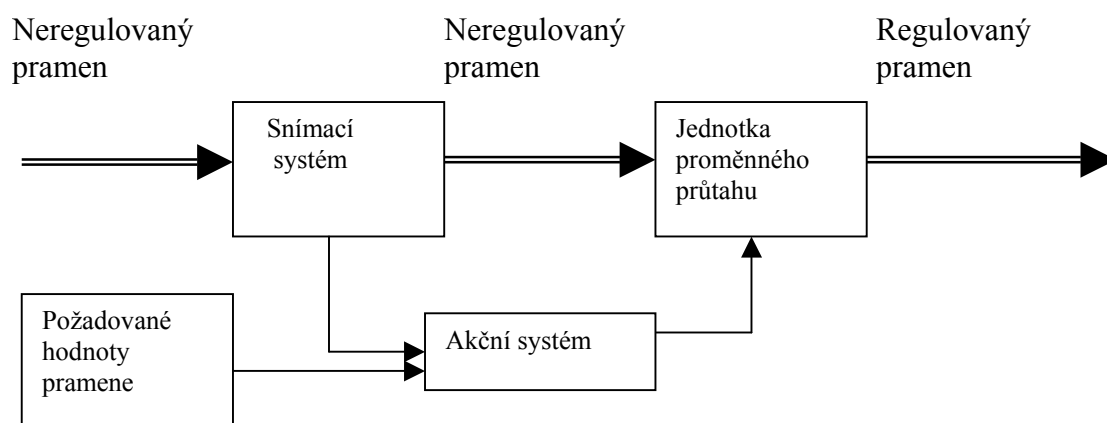
Průtažné ústrojí vkládá do produktu nestejnomyěrnost na krátkých úsečkách, tato nestejnomyěrnost je vyrovnávána regulačním zařízením. Nevýhodou regulačního zařízení však je, že nevyrovná nestejnomyěrnost na velmi krátkých úsečkách.

Průtah je regulován pomocí systému pracujícího na principu různého regulačního okruhu:

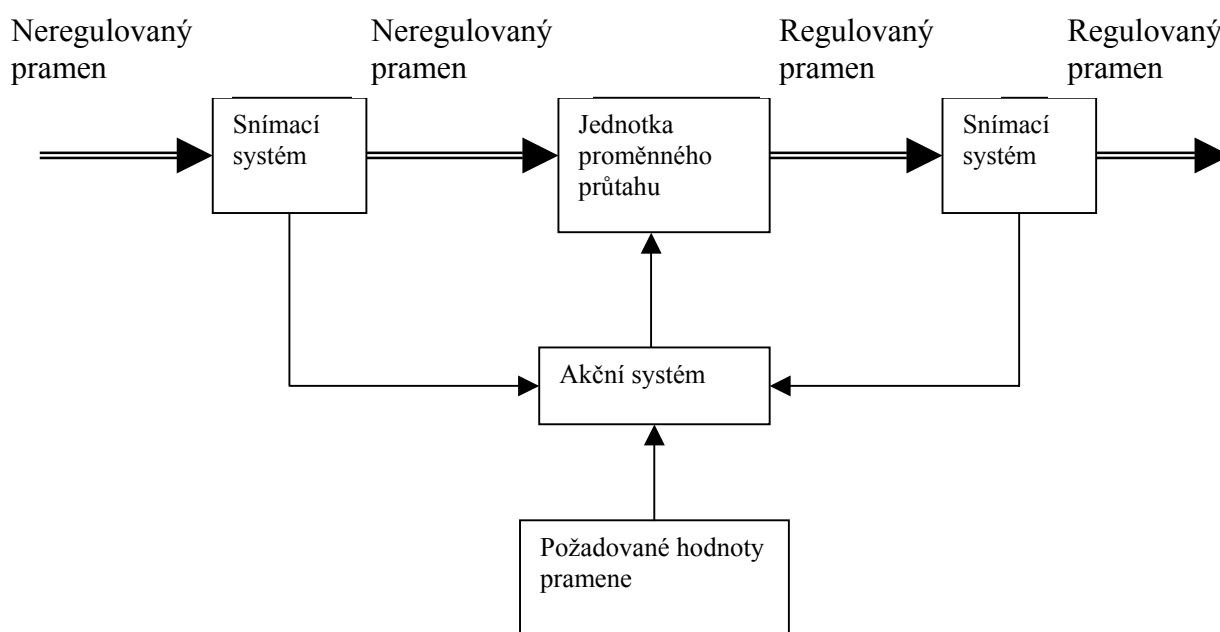
- uzavřená smyčka - regulace nestejnomyěrnosti na delších úsecích, systém má zpětnou vazbu (obr.60)
- otevřená smyčka – regulace nestejnomyěrnosti na kratších úsecích, systém nemá zpětnou vazbu (obr.61)
- kombinovaný systém (obr.62)



Obr.60 Uzavřený regulační systém



Obr.61 Otevřený regulační systém



Obr.62 Kombinovaný regulační systém

Použití automatického vyrovnávacího systému závisí na druhu hmotové neregulovanosti, která má být systémem vyrovnána. Hmotovou neregulovanost můžeme rozdělit podle délky úseku vlákenného útvaru:

Hmotová nestejnomyěrnost na:	Rozsah dčlky úseku
velmi krátkých úsecích	- 0,25m
krátkých úsecích	0,25 m – 2,5 m
středně dlouhých úsecích	2,5 m – 25 m
dlouhých úsecích	25 m – 250 m
velmi dlouhých úsecích	250 m -

Automatické vyrovnavače hmotové nestejnomyěrnosti pro mykací stroje můžeme rozdělit na vyrovnavače pro regulaci hmotové nestejnomyěrnosti na:

- dlouhých úsecích (L-regulace)
- středně dlouhých úsecích (M- regulace)
- krátkých úsecích (S - regulace)

Obdobné členění je na posukovacích strojích, kde však s ohledem na menší korekční dčlky v porovnání s mykacím strojem jde o středně dlouhé a krátké úseky.

Pro regulaci hmotové nestejnomyěrnosti na krátkých úsecích je vhodný otevřený regulační okruh (bez zpětné vazby), v ostatních případech uzavřený regulační okruh (se zpětnou vazbou). Principy uvedených regulačních systémů mykacího a posukovacího budou uvedeny dále.

Systémy regulace hmotové nestejnomyěrnosti na dlouhých a středních úsecích pracují s určitým zpožděním, které je dáno tzv. mrtvým časem. Vlákenný útvar potřebuje tento čas k překonání vzdálenosti mezi regulačním a měřicím místem. To způsobuje, že odchylka v hmotnosti (jemnosti) bude vyrovnávána až po určité době - po projití určité dčlky odváděného pramene. Tato dčlka se nazývá korekční dčlka. Při L-regulaci na mykacím stroji bude větší (např. 25m – 50m), než při M-regulaci na posukovacím stroji (5 – 20m). U posukovacího stroje navíc tato korekční dčlka závisí na tom, zda regulujeme hlavní průtah (5 –10m) nebo předprůtah, popř. zvláštní předřazené průtahové ústrojí (10 –20m).

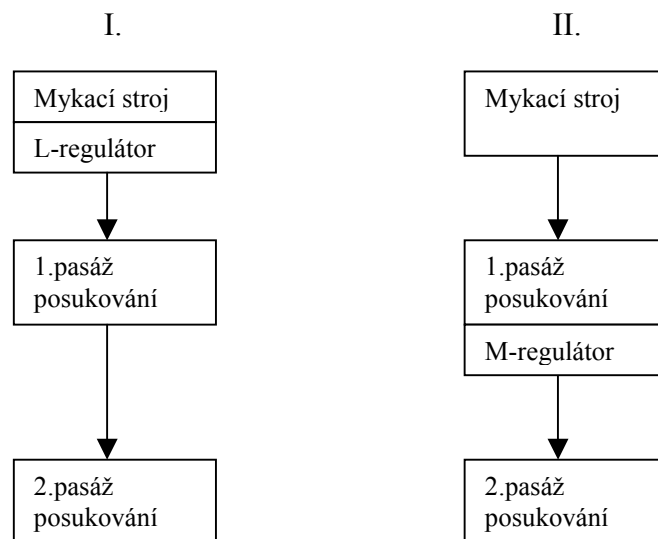
Při volbě jednotlivých regulátorů, je třeba rovněž brát v úvahu i hlediska technologická a ekonomická [2].

Z hlediska technologického je vhodné použít L-regulátor na mykacím stroji nebo M-regulátor na posukovacím stroji, pokud máme zajištěn další vyrovnávací účinek na kratších úsecích –např. družení. Na druhé straně, pokud zkracujeme technologický systém, je třeba nahradit účinek družení S-regulací na posukovacím stroji (regulace na kratších úsečkách), popř. M-regulací na mykacím stroji (regulaci na středních úsečkách). Při míchání pramenů na I. pasáži posukovacího stroje (česaný bavlněný pramen, mykaný a posukovaný pramen z chemických vláken), v zájmu dodržení požadovaného komponentního zastoupení, lze doporučit L-regulaci na mykacích strojích (regulace na dlouhých úsečkách). Regulace na směšovacím posukovacím stroji by v tomto případě již neovlivnila komponentní zastoupení.

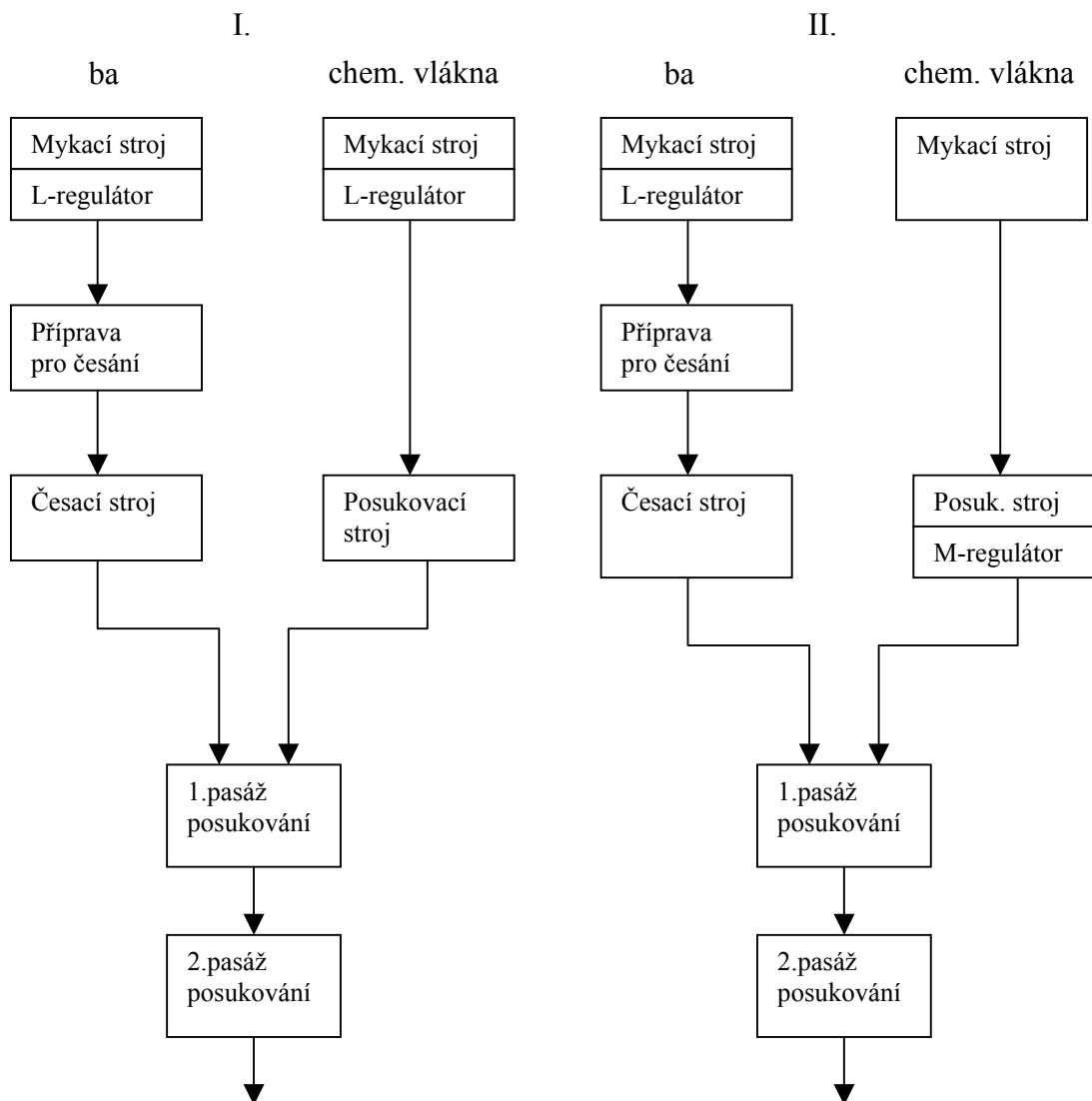
Tam, kde z ekonomických (úspory nákladů) nebo technologických důvodů (krátkovláknenný materiál) není vhodné posukování ve více technologických pasážích, je třeba ztracený účinek družení nahradit S – nebo M-regulací na mykacím stroji nebo S-regulací na posukovacím stroji. S-regulace však není plnohodnotnou náhradou za družení.

Příslušnou konkrétní variantu technologického uspořádání spřádacího postupu je nutné posoudit z hlediska technologického (dosažení optimální hmotné stejnoměrnosti výsledného pramene) i ekonomického (dosažení úspory výrobních nákladů) a s využitím výše uvedených poznatků volit vhodné druhy automatických vyrovnavačů hmotné nestejnomyěrnosti.

Příklady použití některých druhů automatických vyrovnavačů nestejnomyěrnosti jsou zobrazeny na obr.63,64.



Obr.63 Použití regulátorů v rámci bavlnářské mykané technologie přípravy pramene – varianta I,II v prstencové nebo rotorové přádelně [2]



Obr.64 Použití regulátorů v rámci bavlnářské česané technologie přípravy směsového pramene (ba/chem.vl.) – varianta I,II v prstencové přádelně [2]

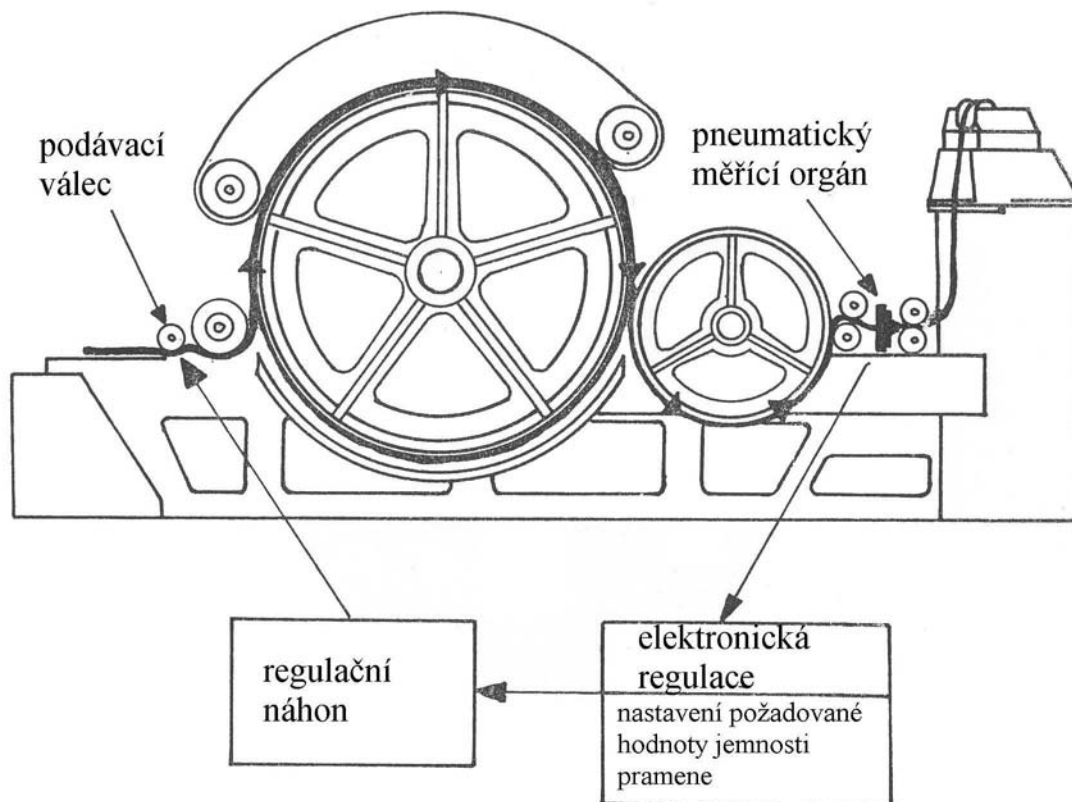
2.7.1.2.1. Konkrétní příklady principů regulace průtahu

a) Regulace na delších úsecích

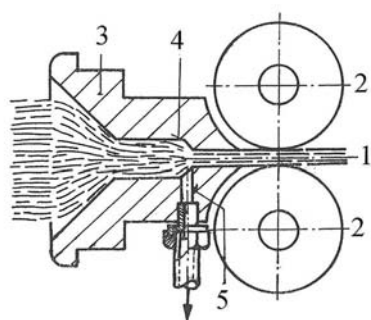
Tento regulační systém se uplatňuje jak již bylo uvedeno především na mykacích strojích. Snímá se okamžitá hmotnost výsledného pramene, která se porovnává s nastavenou hodnotou požadované jemnosti (hmotnosti). Na základě výsledné odchylky provede regulační zařízení změnu obvodové rychlosti podávacího válečku mykacího stroje. Do této skupiny regulačních zařízení patří např. zařízení Servocard fy HBD (válcové mykací stroje) a Uster Card Control fy Zellweger Uster (víčkové mykací stroje).

Uster Card Control (obr.65)

Mšření jemnosti výsledného pramene je realizováno pneumatickým mšřicím orgánem (obr.66). Mšří se přetlak vzduchu vzniklý při zhušřování pramene ve zhušřovači. Přetlak je úměrný jemnosti pramene. Zjišřená hodnota se porovnává s nastavenou hodnotou jemnosti pramene. V případě rozdílu mezi těmito hodnotami provede elektronické regulační zařídění změnu otáček podávacího válečku mykacího stroje.



Obr.65 Uzavřený regulační okruh systému Uster-Card Control

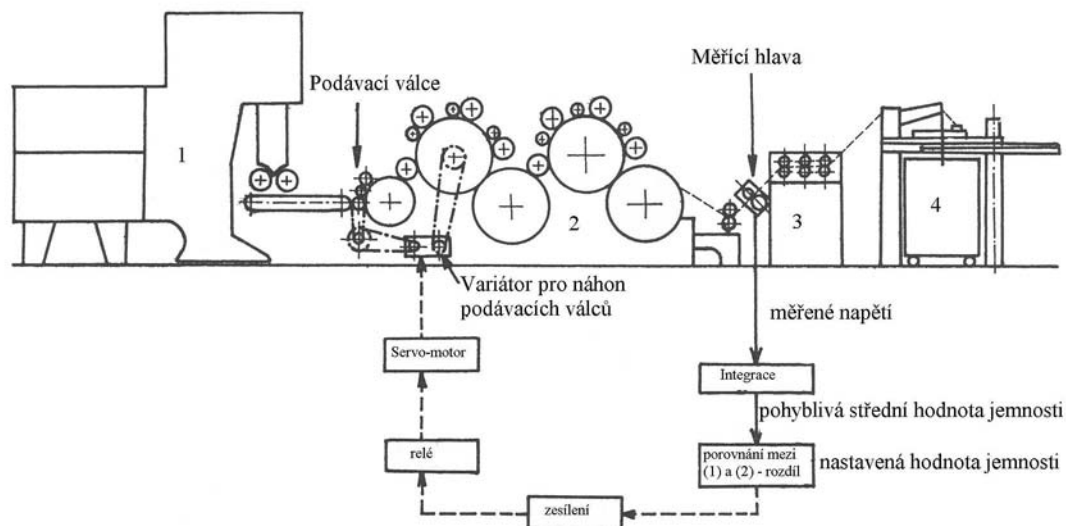


- 1...mykaný pramen
- 2...kalandrovací vále
- 3...zhušřovač (nálevka)
- 4...zúžení zhušřovače
- 5...mšřicí kanál s tlakových snímačem

Obr.66 Detail pneumatického mšřicí orgánu fy Zellweger Uster

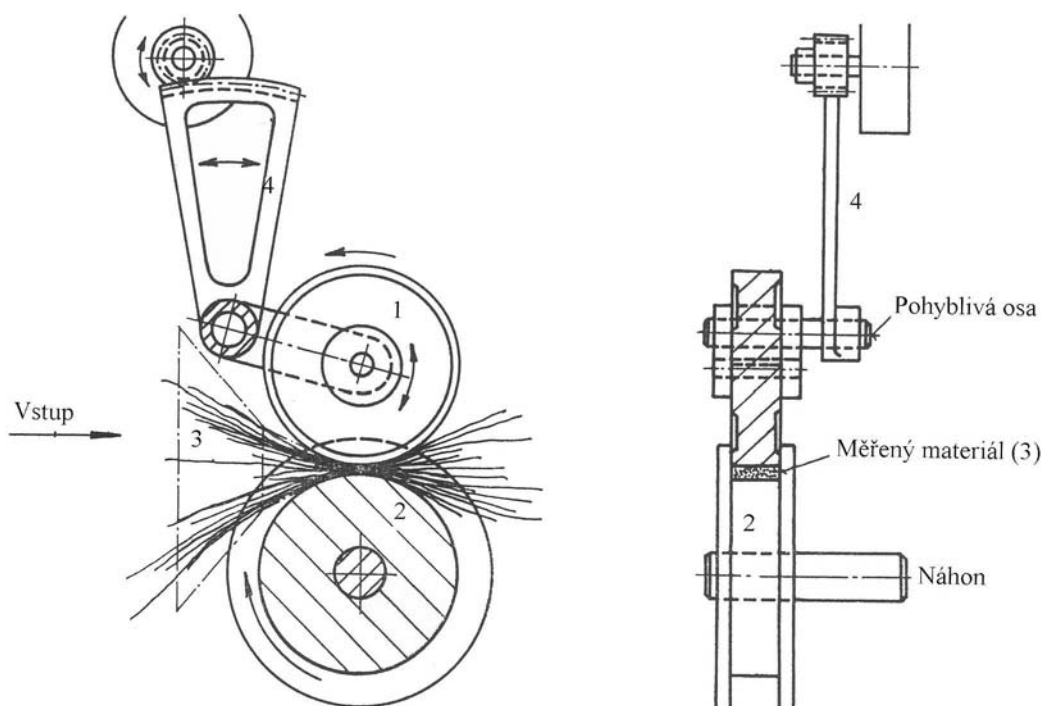
Servocard

Toto regulační zařízení je umístěno na válcovém mykacím stroji. Princip regulace spočívá v měření jemnosti pramene na výstupu z mykacího stroje a odpovídajícím korigování rychlosti podávacích válců. Na obr.67 je uveden příklad jeho instalace na mykacím stroji 2 s nakladačem 1, průtahovým ústrojím 3 a ústrojím pro automatickou výměnu konve 4. Měřicí hlava je umístěna mezi odtahovacími válci a vstupními válci průtahového ústrojí.



Obr. 67 Schéma válcového mykacího stroje s regulátorem Servocard.

Měřicí hlava regulátoru je tvořena dvěma válci 1,2, mezi nimiž prochází pramen 3 (obr.68). Válce jsou k sobě přitlačovány, válec 1 je uložen na pohyblivé ose a nachází se mezi vodícími okraji válce 2. Šířka šterbiny je konstantní. Se změnou jemnosti pramene procházejícího mezi válci se mění poloha vrchního válce. Změna polohy válce je dále převedena na změnu elektrického napětí. Toto napětí se poté porovnává s nastavenou hodnotou odpovídající střední jemnosti pramene a v případě, že rozdíl mezi zjištěnou a nastavenou hodnotou překročí určitou toleranci dojde pomocí regulačního obvodu ke změně otáček podávacích válečků mykacího stroje.



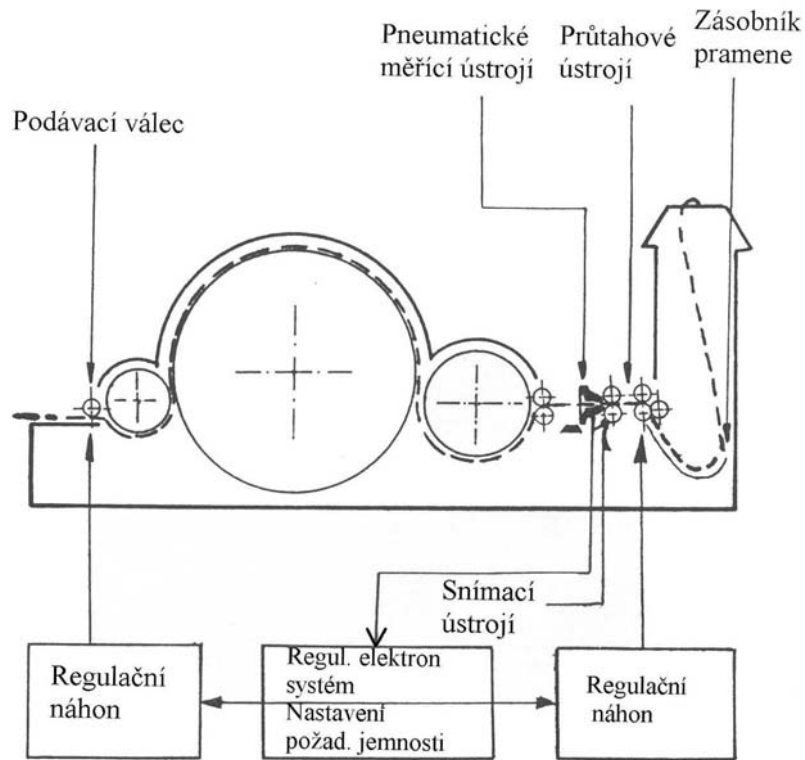
Obr.68 Měřicí hlava systému Servocard

b) Regulace na kratších úsecích

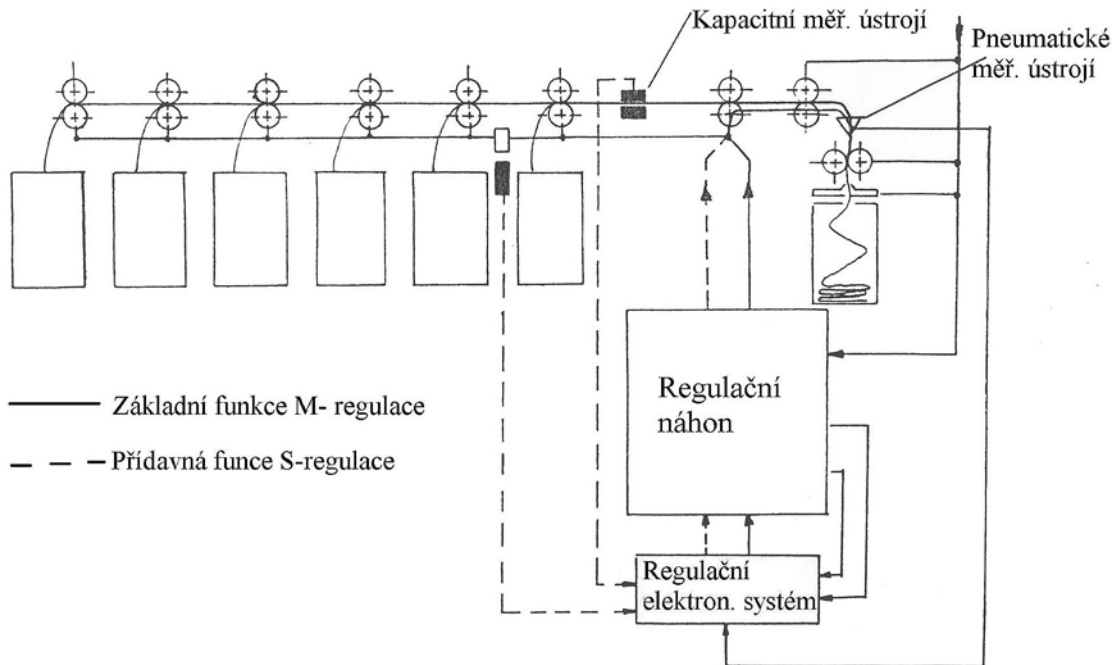
Jak už bylo uvedeno, tato regulace se používá jak na mykacích, tak na posukovacích strojích. V případě posukovacích strojů se používají automatické vyrovnavače pracující na různých principech: např. mechanickém, fotoelektrickém, kapacitním a dalších. V tomto případě se provádí měření jemnosti pramene na vstupu do průtahového ústrojí a na základě její odchylky od nastavené hodnoty se pomocí regulačního systému provede změna rychlosti odváděcích válečku průtahového ústrojí.

c) Kombinovaná regulace

Kombinovaná regulace se používá opět jak na mykacích, tak na posukovacích strojích. V případě mykacího stroje se provádí měření jemnosti pramene na vstupu do průtahového ústrojí a na základě odchylky mezi naměřenou a nastavenou hodnotou se provede pomocí regulačního okruhu změna jednak rychlosti odváděcích válečku průtahového ústrojí a jednak změna rychlosti podávacího válce na vstupu do stroje (obr.69). V případě posukovacích strojů se provádí snímání jemnosti pramene na vstupu do průtahového ústrojí a na výstupu z průtažného ústrojí (obr.70). Reguluje se rychlost přiváděcích válečků průtahového ústrojí.



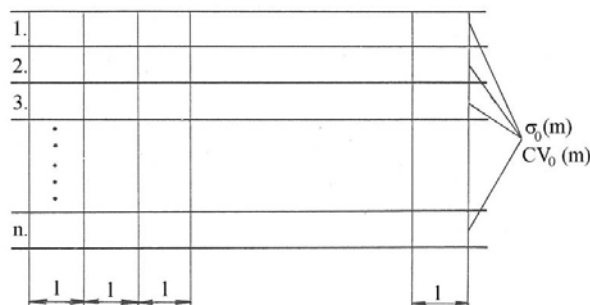
Obr.69 Princip kombinovaného systému regulace hmotové nestejnomyěrnosti mykacího stroje (regulace na dlouhých a krátkých úsecích)



Obr.70 Princip kombinovaného systému regulace hmotové nestejnomyěrnosti posukovacího stroje (regulace na středních a krátkých úsecích)

2.7.2. Družení

Družením se vyrovnává nestejnomyernost na velmi krátkých úsecích. Pozitivní účinek družení byl dokázán jak v přádelnické praxi, tak i teoreticky. Při teoretickém odvození vyrovnávací účinnosti družení se vychází z předpokladu, že družíme n pramenů (viz obr.71):



Obr.71 Schéma družených pramenů

Dále předpokládáme, že

- nestejnomyernost náhodné hmotnosti m úseků pramene délky l je charakterizována rozptylem $\sigma_0^2(m)$ a variačním koeficientem $CV_0(m)$
Tyto veličiny jsou stejné pro všechny uvažované prameny
- hmotnosti delkovych úseků pramene je vzájemně nezávislá u všech družených pramenů, tj. náhodné funkce hmotnosti úseků pramenů jsou vzájemně nezávislé, korelace je nulová
- průměrné hmotnosti úseků \bar{m} u jednotlivých pramenů jsou stejné, tedy hmotnost úseku vzniklého družením je rovna $n \cdot \bar{m}$ (střední hodnota)

Z teorie pravděpodobnosti je známo, že rozptyl součtu náhodných nezávislých veličin je vždy roven součtu rozptylů jednotlivých náhodných veličin:

$$\sigma^2[m_1 + m_2 + \dots + m_n] = \sigma^2[m_1] + \sigma^2[m_2] + \dots + \sigma^2[m_n] \quad (79)$$

Předpokládáme-li tedy, že hmotnosti jednotlivých úseků pramene jsou stejné:

$$\sigma^2[m_1] = \sigma^2[m_2] = \dots = \sigma^2[m_n] = \sigma_0^2[m] \quad (80)$$

pak můžeme psát:

$$\sigma^2 \left[\sum_{i=1}^n m_i \right] = n \cdot \sigma_0^2 [m] \quad (81)$$

Vzhledem k tomu, že kvadratická nestejnomyernost je variační koeficient hmotnosti, pro jeden pramen platí:

$$CV_0[m] = \frac{\sigma_0[m]}{\bar{m}} \cdot 100 \quad (82)$$

$CV_0[m]$... variační koeficient hmotnosti úseků pramene [%]

$\sigma_0[m]$ směrodatná odchylka hmotnosti úseků pramene [%]

\bar{m} střední hmotnost úseků pramene [g]

Pro sdružený pramen potom platí:

$$CV[m] = \frac{\sigma \left[\sum_{i=1}^n m_i \right]}{n \cdot \bar{m}} \cdot 100 \quad (83)$$

$CV[m]$ variační koeficient hmotnosti úseků sdruženého pramene [%]

$\sigma \left[\sum_{i=1}^n m_i \right]$... směrodatná odchylka hmotnosti úseků sdruženého pramene [g]

n počet družných pramenů

Dosadíme nyní do rovnice (83) ze vztahu (81)

$$CV[m] = \frac{\sqrt{n} \cdot \sigma_0[m]}{n \cdot \bar{m}} \cdot 100 \quad (84)$$

po úpravě a použití vztahu (82) obdržíme konečný vztah

$$CV[m] = \frac{CV_0[m]}{\sqrt{n}} \quad (85)$$

Tento vztah ukazuje, že původní variační koeficient jednoduchého pramene $CV_0(m)$ je vzhledem k variačnímu koeficientu sdruženého pramene $CV(m)$ \sqrt{n} -krát větší.

Jednou z forem družení je i cyklické družení.

Shrnutí vyrovnávacího účinku cyklického družení

Jak bylo uvedeno v kap.1.4.1.2.- Modul poměrné přenosové funkce systému cyklického družení, systém cyklického družení vyrovnává nestejnomyěrnost do vlnové dčlky $\lambda = 4.N.u$, v pramenu tato dčlka odpovídá vlnové dčlce $\lambda_0 = \lambda/P_{03} = 4.u/P_c$. Pokud má pramen nestejnomyěrnost na úsečkách $\lambda > 4.u/P_c$, pak se tato nestejnomyěrnost v plné míře projeví v přízi. Proto se o vyrovnání nestejnomyěrnosti musí postarat příprava pramene – družení, regulace. Družení vyrovná nestejnomyěrnost na velmi krátkých úsečkách, regulace tuto nestejnomyěrnost nevyrovná, vyrovnává až od určité dčlky, limitované dčlkou průtažného pole.

III. Statistické zpracování dat z měření hmotové nestejnomyěrnosti

3.1. Nejpoužívanější základní klasické postupy vyhodnocení dat

Při zpracování dat z měření hmotné nestejnomyěrnosti (CV , U , I , počet vad) se používají klasické postupy zjištění základních charakteristik polohy a rozptylu [10]:

a) výběrový průměr

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (86)$$

b) výběrový rozptyl

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n \left(x_i - \bar{x} \right)^2 \quad (87)$$

c) směrodatná odchylka

$$s = \sqrt{s^2} \quad (88)$$

d) variační koeficient

$$v = \frac{s}{\bar{x}} 100 \quad (89)$$

Kde: n ... počet měření

x_i ... naměřená hodnota

Jak bylo uvedeno (kap.2.4.- Měření hmotové nestejnomyěrnosti) přístroj USTER-TESTER III automaticky zjišťuje kvadratickou nestejnomyěrnost $CV[\%]$, lineární

nestejnomyernost $U[\%]$, index nestejnomyernosti I , slabá místa na $-30, -40, -50\%$, silná místa na $+35, +50, +70$ a $+100\%$, nopky $+200\%, +280\%$. Obvykle se provádí měření z 10 náhodně vybraných cívek. Přístroj z těchto 10-ti hodnot u každého zjišťované veličiny provede automaticky výpočet průměru, variačního koeficientu a absolutní přesnosti odhadu střední hodnoty. Neprovádí však porovnávání středních hodnot a rozptylů více měření mezi sebou.

3.2. Intervaly spolehlivosti (IS)

Hodnoty získané z měření hmotné nestejnomyernosti považujeme za náhodné veličiny. Předpokládáme, že základní soubor hodnot má ve většině případů normální rozdělení (výjimku tvoří počet vad).

Při výpočtu výběrových charakteristik se provádí závěry z omezeného počtu měření, provedeném na vybraném zkušebním vzorku, který reprezentuje celý soubor. Jelikož jednotlivé naměřené hodnoty díky své nahodilosti vzájemně kolísají, kolísají i vypočtené hodnoty výběrových charakteristik (průměr, rozptyl), takže nemají pevnou hodnotu. Konečné, správné hodnoty parametrů souboru leží uvnitř určitého intervalu, jehož velikost je závislá na přesnosti, se kterou byly stanoveny příslušné hodnoty výběrových charakteristik. Proto je při vyhodnocování výsledků měření nutné klást důraz především na výpočet intervalu spolehlivosti daného parametru Θ (za parametr Θ je považována střední hodnota, rozptyl souboru) [10].

Interval od L_1 do L_2 se nazývá $100(1-\alpha)\%$ interval spolehlivosti, pokud pro něj platí, že pravděpodobnost výskytu parametru Θ je v tomto intervalu právě $1-\alpha$.

$$\text{Tedy: } P(L_1 < \Theta < L_2) = 1 - \alpha \quad (90)$$

$100(1-\alpha)$... statistická jistota

α hladina významnosti

3.2.1. Konstrukce intervalu spolehlivosti střední hodnoty μ [11]

Výběrový průměr \bar{x} je bodovým odhadem střední hodnoty s rozdělením $\bar{x} \sim N(\mu; \sigma^2/n)$.

V intervalu $\mu \pm 1,96\sigma/\sqrt{n}$ leží přibližně 95% náhodných veličin \bar{x} z rozsahu výběru n :

$$\mu - 1,96 \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq \bar{x} \leq \mu + 1,96 \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

Po úpravě získáváme 95% interval spolehlivosti:

$$\bar{x} - 1,96 \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{x} + 1,96 \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad (91)$$

Kde: 1,96 ~ 97,5% kvantil normovaného normálního rozdělení

σ ... směrodatná odchylka

Vzhledem k tomu, že v praxi hodnota σ není známa, odhaduje se výběrovou směrodatnou odchylkou s . Ke konstrukci intervalu spolehlivosti střední hodnoty μ se pak užívá pravidla, že náhodná veličina:

$$T = \frac{\bar{x} - \mu}{s} \sqrt{n}$$

má Studentovo t-rozdělení o $(n - 1)$ stupních volnosti. Potom nerovnost (5) lze vyjádřit:

$$P(-t_{1-\alpha/2}(n-1) \leq \frac{\bar{x} - \mu}{s} \sqrt{n} \leq t_{1-\alpha/2}(n-1)) = 1 - \alpha$$

Po úpravě získáme $100(1-\alpha)\%$ interval spolehlivosti střední hodnoty:

$$\bar{x} - t_{1-\alpha/2}(n-1) \frac{s}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{x} + t_{1-\alpha/2}(n-1) \frac{s}{\sqrt{n}} \quad (92)$$

Kde: $t_{1-\alpha/2}(n-1)$... 100(1- $\alpha/2$)% kvantil Studentova t-rozdělení s $(n-1)$ stupni volnosti

Veličina $t_{1-\alpha/2}(n-1) \cdot s/\sqrt{n}$ se též nazývá absolutní přesnost odhadu střední hodnoty.

3.2.2. Konstrukce intervalu spolehlivosti rozptylu [11]

Při určení intervalu spolehlivosti rozptylu σ^2 normálního rozdělení se vychází z definice, že

veličina: $\chi^2 = \frac{(n-1) \cdot s^2}{\sigma^2}$ má χ^2 rozdělení o $(n-1)$ stupních volnosti.

Pro oboustranný interval spolehlivosti rozptylu pak platí:

$$\frac{(n-1) \cdot s^2}{\chi_{1-\alpha/2}^2(n-1)} \leq \sigma^2 \leq \frac{(n-1) \cdot s^2}{\chi_{\alpha/2}^2(n-1)} \quad (93)$$

Kde: $\chi^2_{1-\alpha/2}(n-1)$... horní kvantil rozdělení χ^2

$\chi^2_{\alpha/2}(n-1)$ dolní kvantil rozdělení χ^2

3.2.3 Aplikace intervalů spolehlivosti [2]

V aplikaci na výsledky z měření hmotné nestejnoměrnosti má pak interval střední hodnoty tvar:

$$\overline{CV} \pm t_{1-\alpha/2}(n-1) \cdot \frac{s}{\sqrt{n}} \qquad \overline{U} \pm t_{1-\alpha/2}(n-1) \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}$$

Tyto intervaly spolehlivosti se využívají v případě, že bylo provedeno měření z více jednotek (cívek, konví) jednoho sortimentu.

V případě ojedinělého měření, kdy není možné proměřovat celou délku příze, přástu na cívce nebo pramene v konvi se využívá statistických zákonitostí, které platí pro určitou veličinu (nestejnoměrnost), která je ovlivňována náhodnými vlivy. Výsledná hodnota U nebo CV je přístrojem USTER-TESTER „vypočtena“ ze značně velkého počtu proměřených úseků [2]. Počet měření se odhaduje:

$$n = L/l$$

L ... celková proměřená délka ($L =$ rychlost průchodu materiálu * doba měření)

\bar{l} ... střední délka vlákenného materiálu

Předpokládá se, že odchylky hmotnosti úseků se řídí zákonem normálního rozdělení, pak pro 95% statistickou jistotu platí:

$$\frac{\Delta U}{U} = \frac{\Delta CV}{CV} = \frac{2}{\sqrt{2n}} \qquad (94)$$

Výše uvedené intervaly spolehlivosti lze aplikovat při zpracování dat CV, U jelikož se jedná o spojité náhodné veličiny s normálním rozdělením. Rozdíl je však v konstrukci intervalu spolehlivosti středního počtu vad.

V případě výskytu většího množství vad ($n > 30$) se předpokládá, že vady mají normální rozdělení a lze tudíž použít výše uvedených statistických metod zpracování dat.

V případě že počet vad na 1 km příze je menší než 30 (což je typické u hrubých přízí), nelze použít výše uvedených statistických metod, neboť rozdělení daného počtu vad je nesymetrické, odpovídá Poissonovu rozdělení náhodných veličin. Tuto zásadu však přístroj USTER-TESTER nerespektuje a absolutní přesnost střední hodnoty $t.s/\sqrt{n}$ stanovuje u počtu vad $n < 30$ na základě normálního rozdělení.

Při výpočtu správného intervalu spolehlivosti pro malý počet vad lze použít 2 postupů:

- 1) Předpokládá se, že rozdělení výběrových průměrů je vždy normální, i když jednotlivá měření mají jiné rozdělení.

Platí:

$$\bar{x} \pm t_{1-\alpha/2}(n-1) \cdot \frac{S_x}{\sqrt{n}} \quad (95)$$

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

$$S_x = \left(\frac{\sum_{i=1}^n (\bar{x}_i - \bar{x})^2}{n-1} \right)^{1/2}$$

Kde: \bar{x} průměr výběrových průměrů

\bar{x}_i výběrový průměr

S_x směrodatná odchylka výběrových průměrů

$t_{1-\alpha/2}(n-1)$... kvantil Studentova t-rozdělení ($\alpha = 0,05$)

Nevýhodou tohoto způsobu výpočtu IS střední hodnoty pro malý počet vad je to, že musí být provedeno opakované měření, tudíž získáváme velký počet dat, jejichž zpracování je časově náročnější než zpracování dat z jednoho měření.

- 2) Předpokládá se, že rozdělení počtu vad odpovídá Poissonovu rozdělení náhodné veličiny [11]:

$$p(x, \lambda) = \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!} \quad (96)$$

Kde: x ... diskrétní náhodná veličina, nabývající pouze celočíselných náhodných veličin

λ ... parametr Poissonova rozdělení .

Lze stanovit: $\lambda = E(x) = D(x)$. Na základě měření se pro různé hodnoty x určuje vždy počet prvků výběru n_x nabývající velikosti x . Z těchto hodnot se odhaduje parametr λ .

Maximálně věrohodný odhad parametru λ [11]:

$$\hat{\lambda} = \frac{\sum_{x=0}^k n_x x}{n} \quad (97)$$

$\hat{\lambda}$ odhad parametru λ , odpovídá váženému aritmetickému průměru

n_x ... opakování hodnoty x

n ... celkový rozsah výběru

Pomocí bodového odhadu dolní a horní meze parametru λ je možné stanovit IS parametru λ .

- a) Interval spolehlivosti parametru λ vypočtený z jednoho měření - dle ČSN 01 0250 Statistické metody v průmyslové praxi [12]:

$$\frac{1}{2} \chi^2_{\alpha/2}(v_1) \leq \lambda \leq \frac{1}{2} \chi^2_{1-\alpha/2}(v_2) \quad (98)$$

$$v_1 = 2 \cdot x_0 ; v_2 = 2 \cdot (x_0 + 1)$$

kde: $\chi^2_{1-\alpha/2}(v_2), \chi^2_{\alpha/2}(v_1) \dots$ příslušné kvantily χ^2 rozdělení o v stupních volnosti

$v_1, v_2 \dots$ počet stupňů volnosti

$\hat{\lambda} = x_0 \dots$ pozorovaný počet výskytů náhodného jevu v jednom pokusu, tj. počet vad v přízi [1/km].

- b) Interval spolehlivosti parametru λ - více měření (počet vad menších než 30) [11], [12]:

$$\frac{1}{2N} \chi^2_{\alpha/2}(v_3) \leq \lambda \leq \frac{1}{2N} \chi^2_{1-\alpha/2}(v_4) \quad (99)$$

$$v_3 = 2 \cdot N \cdot \hat{\lambda}$$

$$v_4 = 2 \cdot (N \cdot \hat{\lambda} + 1)$$

Pro výsledky měření počtu vad v dané kategorii dle [12] platí pro odhad

$$\hat{\lambda} = \bar{x}_0 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_{0i}$$

Kde: $\chi^2_{1-\alpha/2}(v_4), \chi^2_{\alpha/2}(v_3) \dots$ příslušné kvantily χ^2 rozdělení o v stupních volnosti

$v_3, v_4 \dots$ počet stupňů volnosti

$N \dots$ počet měření

$\bar{x}_0 \dots$ průměrný počet vad v přízi [1/km]

$x_{0i} \dots$ počet vad v přízi [1/km]

3.3. Porovnání 2 souborů z hlediska významnosti střední hodnoty a rozptylu [13]

V praxi je velmi často nutné porovnat mezi sebou 2 soubory dat. Porovnání se provádí nejčastěji po změně technologického režimu (např. výměna rotoru, změna otáček, výměna

jiného pracovního orgánu), kdy je třeba zjistit, zda změna režimu měla významný či nevýznamný vliv na sledovanou vlastnost.

Nejčastěji se soubory porovnávají z hlediska střední hodnoty a rozptylu. Vychází se opět z předpokladu, že rozdělení výběrových průměrů je vždy normální, i přesto, že data měla jiné rozdělení.

3.3.1. Porovnání středních hodnot 2 souborů

K porovnání středních hodnot dvou souborů se obvykle používá dvou-výběrový T-test. Příklad je uveden v případě měření kvadratické hmotné nestejnoměrnosti, kdy se provádí opakované měření 2 souborů CV_1 a CV_2 .

$$CV_{11}, \dots, CV_{1n} \sim N(\mu_1; \sigma^2)$$

$$CV_{21}, \dots, CV_{2m} \sim N(\mu_2; \sigma^2)$$

Předpokladem dvou-výběrového T-testu se shodnost rozptylů σ^2 u obou souborů a nezávislost výběrů.

Testuje se hypotéza $H_0: \mu_1 = \mu_2$ ($\mu_1 - \mu_2 = 0$) proti $H_A: \mu_1 - \mu_2 \neq 0$

Testovací statistika má tvar [13]:

$$T = \frac{\overline{CV}_1 - \overline{CV}_2 - (\mu_1 - \mu_2)}{\left[\frac{(n-1)S_1^2 + (m-1)S_2^2}{n+m} \right]^{1/2}} \cdot \left[\frac{m \cdot n \cdot (n+m-2)}{n+m} \right]^{1/2} \quad (100)$$

Potom veličina:

$$T = \frac{\overline{CV}_1 - \overline{CV}_2}{\left[\frac{(n-1)S_1^2 + (m-1)S_2^2}{n+m} \right]^{1/2}} \cdot \left[\frac{m \cdot n \cdot (n+m-2)}{n+m} \right]^{1/2}$$

má Studentovo t-rozdělení s $(n+m-2)$ stupni volnosti.

Kde: $t_{n+m-2}(1-\alpha/2) \dots 100(1-\alpha/2)\%$ kvantil t-rozdělení o $(m+n-2)$ stupních volnosti

$S_1^2, S_2^2 \dots \dots \dots$ výběrové rozptyly

$n, m \dots \dots \dots$ počty měření v příslušném souboru

Je-li $|T| \geq t_{1-\alpha/2}(m+n-2)$, pak se hypotéza, že rozdíl středních hodnot je nevýznamný, zamítá a přijímá se hypotéza, že rozdíl středních hodnot je způsoben vlivem technologie.

V případě, že rozptyly nejsou stejné, uvádí [13] jiný postup. Nejprve se vypočte:

$$s_1^2 = \left(\sum_{i=1}^n CV_{1i}^2 - n \cdot \overline{CV}_1^2 \right) / (n-1) \quad s_2^2 = \left(\sum_{j=1}^m CV_{2j}^2 - m \cdot \overline{CV}_2^2 \right) / (m-1)$$

$$s = \sqrt{\frac{s_1^2}{n} + \frac{s_2^2}{m}}$$

$$v_1 = \frac{s_1^2}{n}$$

$$v_2 = \frac{s_2^2}{m}$$

Testuje-li se $H_0: \mu_1 - \mu_2 = 0$ proti $H_A: \mu_1 - \mu_2 \neq 0$, pak se H_0 zamítá v případě, že platí nerovnost:

$$\frac{|\overline{CV}_1 - \overline{CV}_2|}{s} \geq \frac{v_1 \cdot t_{1-\alpha/2}(n-1) + v_2 \cdot t_{1-\alpha/2}(m-1)}{v_1 + v_2} \quad (101)$$

Jak ale poznat, kdy jsou oba rozptyly σ_1^2, σ_2^2 stejné (je možné užít dvou-výběrový t-test) a kdy se liší (je třeba užít jiný postup)? Tuto otázku lze zodpovědět pomocí testování 2 rozptylů na základě F-testu.

3.3.2. Porovnání rozptylů 2 souborů

Při porovnání rozptylů souboru $CV_{11}, \dots, CV_{1n} \sim N(\mu_1; \sigma_1^2)$ a souboru $CV_{21}, \dots, CV_{2m} \sim N(\mu_2; \sigma_2^2)$ za předpokladu, že $n \geq 2, m \geq 2, \sigma_1^2 > 0, \sigma_2^2 > 0$ testujeme hypotézu $H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2$ proti $H_A: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$.

Testovací statistika $Z = \frac{s_1^2}{s_2^2}$ má za předpokladu platnosti H_0 Fisher- Snedecorovo rozdělení $F_{n-1, m-1}$ [5].

$$s_1^2 = \frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^n (CV_{1i} - \overline{CV}_1)^2$$

$$s_2^2 = \frac{1}{m-1} \cdot \sum_{j=1}^m (CV_{2j} - \overline{CV}_2)^2$$

Hypotéza H_0 (rozptyly jsou shodné) se zamítá, jestliže platí:

$$\frac{s_1^2}{s_2^2} \leq \frac{1}{F_{1-\alpha/2}(m-1, n-1)} \quad \text{nebo} \quad \frac{s_1^2}{s_2^2} \geq F_{1-\alpha/2}(n-1, m-1) \quad (102)$$

Kde: $F_{1-\alpha/2}(n-1, m-1), 1/F_{1-\alpha/2}(m-1, n-1) \dots$ příslušné kvantily F- rozdělení

Literatura:

- [1] VENTCELOVÁ, J.S.: Teória pravdepodobnosti, Alfa Bratislava, 1973
- [2] URSÍNY, P.: Teorie předení II, VŠST Liberec, 1992
- [3] BALDA, M.- BOŠEK, M.- DRÁB, Z.: Základy automatizace, SNTL Praha, 1968
- [4] GINSBIRG, CHAVKIN, BINTER: Dynamika osnovnich procesov prjadenija I , formirovanie i vyravnivanie voloknistogo potoka, Izdatelstvo lëgkaja industrija, Moskva, 1970
- [5] Sborník z přednášek: Využití údajů o hmotné nestejněměrnosti pro vyjádření kvality přízí a procesu předení, Dům techniky ČSVTS Pardubice, 1986
- [6] Firemní literatura Zellweger Uster
- [7] GROSBURG, P.: The medium and long term variations of a yarn I, The Journal of the Textile Institute, 1955, T301
- [8] Application Handbook of Uster Tester IV, Zellweger Uster
- [9] GORSBERG, P., MALATINZSKY, P.: The medium and long term variations of a yarn-II, The Journal of the Textile Institute, 1955, T310
- [10] MILITKÝ, J., SALAČ, O.: Statistické metody v textilní praxi, Dům techniky ČSVTS, Pardubice 1982
- [11] MELOUN, M., MILITKÝ, J.: Statistické zpracování experimentálních dat, PULS 1994
- [12] ČSN 010250 Statistické metody v průmyslové praxi
- [13] ANDĚL, J.: Matematická statistika, SNTL+Alfa, Praha+Bratislava, 1978

OBSAH

I. Základy teorie náhodných funkcí

1.1. Obecný pojem náhodné funkce

- 1.1.1 Definice náhodné funkce
- 1.1.2 Charakteristiky náhodných funkcí

1.2. Stacionární náhodná funkce

- 1.2.1. Charakteristiky stacionární náhodné funkce
- 1.2.2. Ergodická vlastnost stacionární náhodné funkce
- 1.2.3. Spektrální rozklad stacionární náhodné funkce
 - 1.2.3.1. Základy Fourierových řad
 - 1.2.3.2. Spektrální rozklad
 - 1.2.3.3. Vztah mezi spektrální hustotou a korelační funkcí

1.3. Transformace stacionární náhodné funkce lineárním dynamickým systémem

- 1.3.1. Vysvětlení základních pojmů
 - 1.3.1.1. Stacionární lineární dynamický systém
 - 1.3.1.2. Přenosová funkce
 - 1.3.1.3. Další přenosové charakteristiky
 - 1.3.1.4. Algebra přenosů
- 1.3.2. Transformace stacionární náhodné funkce

1.4. Aplikace stacionární náhodné funkce v teorii hmotové nestejnomyěrnosti

- 1.4.1. Aplikace modulu poměrné přenosové funkce
 - 1.4.1.1. Modul poměrné přenosové funkce průtahového systému
 - 1.4.1.2. Modul poměrné přenosové funkce systému cyklického družení
- 1.5. Seznam použitých symbolů v I. Části

II. Vybrané partie z problematiky hmotové nestejnomyěrnosti

2.1. Význam hmotové nestejnomyěrnosti

2.2. Vyjádření hmotové nestejnomyěrnosti

- 2.2.1. Parametry hmotové nestejnomyěrnosti
- 2.2.2. Charakteristické funkce hmotové nestejnomyěrnosti
 - 2.2.2.1. Spektrogram a jeho vyhodnocení
 - 2.2.2.2. Délková variační křivka a její vyhodnocení

2.3. Standardy Uster Statistics

2.4. Měření hmotové nestejnomyěrnosti

2.5. Druhy vad v přízi

- 2.5.1. Systém Uster Classimat

2.6. Projev hmotové nestejnomyěrnosti příze v plošné textilii

2.7. Zajišťování hmotové nestejnomyěrnosti

- 2.7.1. Regulace hmotové nestejnomyěrnosti

- 2.7.1.1. Regulace dodávky materiálu do stroje
- 2.7.1.2. Regulace průtahu
- 2.7.1.2.1. Konkrétní příklady regulace průtahu
- 2.7.2. Družení

3. Statistické zpracování dat z měření hmotové nestejnomyěrnosti

3.1. Nejpoužívanější základní klasické postupy vyhodnocování dat

3.2. Intervaly spolehlivosti

- 3.2.1. Konstrukce intervalu spolehlivosti střední hodnoty
- 3.2.2. Konstrukce intervalu spolehlivosti rozptylu
- 3.2.3. Aplikace intervalů spolehlivosti

3.3. Porovnání dvou souborů z hlediska významnosti střední hodnoty a rozptylu

- 3.3.1. Porovnání střední hodnoty dvou souborů
- 3.3.2. Porovnání rozptylů dvou souborů