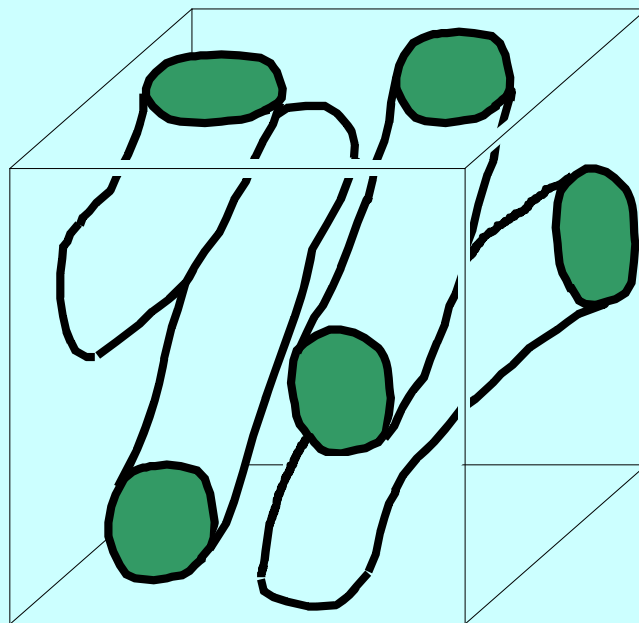


# VLÁKNA A VLÁKENNÉ ÚTVARY 1

## „DEFINICE, SOUVISLOSTI“



# VLÁKNA A VLÁKENNÉ ÚTVARY 1

## VLÁKNO

- Vlákno – základní „stavební kámen“,  
 – „dlouhý a tenký“ útvar  
 – první doklad: Klaretův slovník,  
 (poznámka), 2. pol. 14. stol.  
 (indoevropský kořen „valká“)

**Délka vlákna** (střední)...  $l$

**Hmotnost vlákna**...  $m$

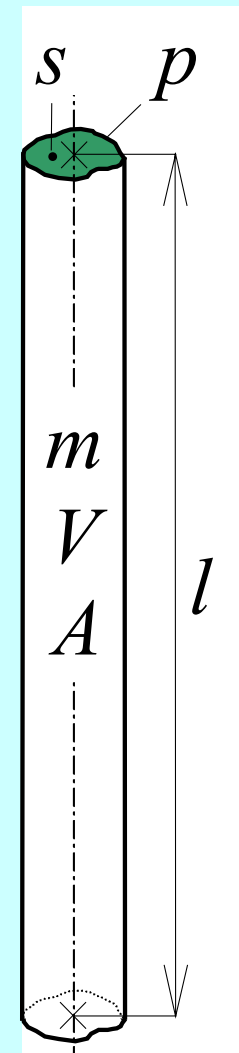
**Objem vlákna**...  $V$

**Povrch vlákna**...  $A$

**Průřez vlákna** (zelená plocha)...  $s$

**Obvod průřezu**...  $p$

**Hustota vlákna**...  $\rho = \frac{m}{V}$



# VLÁKNA A VLÁKENNÉ ÚTVARY 1

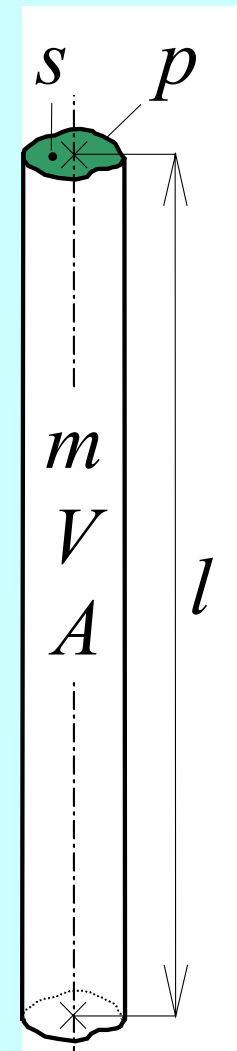
**Jemnost vlákna...  $t$ ,** definice  $t = \frac{m}{l}$

*Jednotky jemnosti:*

- fyzikální soustava SI -  $1\text{kg}/1\text{m} = 1\text{Mtex}$   
... „Megatex“
- textilně -  $1\text{g}/1\text{km} = 1\text{tex} = 10^{-6}\text{Mtex}$  ... „tex“

*Příklad:* Bavlněné vlákno 1,7 dtex délky 28 mm. Hmotnost vlákna je 0,00476 mg. 1 kg těchto vláken má délku 5882 km. Tričko váhy 200 g obsahuje 1176 km délky vláken.

Platí  $t = \frac{\overbrace{V\rho}^m}{l}$ ,  $t = \left(\frac{V}{l}\right)\rho$ ,  $V = \frac{tl}{\rho}$ ,  $\frac{V}{l} = \frac{t}{\rho}$



# VLÁKNA A VLÁKENNÉ ÚTVARY 1

## *Jemnost různých typů vláken*

<i>Vláknenný materiál</i>	<i>Jemnost</i>
Mikrovlákna	< 1 dtex
Bavlnářský typ vláken	kolem 1,6 dtex
Vlnářský typ vláken	kolem 3,5 dtex
Hrubá (kobercová) vlákna	> 7 dtex

Průřez vlákna...  $s$ ; z geometrie  $V = sl$ ,

$$s = \frac{V}{l} = \frac{t}{\rho}$$

nebo také

$$t = s\rho$$

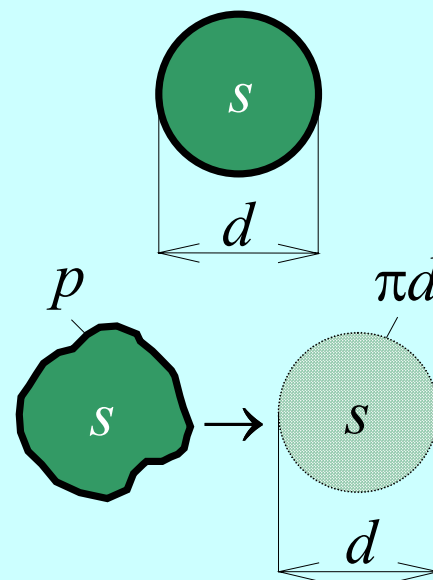
**Geometricky chápanou jemnost nelze hodnotit normovanou veličinou  $t$  !**

## Ekvivalentní průměr vlákna... $d$

a) *Válcové vlákno:*

$$s = \frac{\pi d^2}{4},$$

$$d = \sqrt{\frac{4s}{\pi}} = \sqrt{\frac{4t}{\pi\rho}}$$



b) *Vlákno obecného průřezu:*

stejná rovnice  $\Rightarrow d$  je poloměr pomyslného kruhu se stejnou plochou.

*Pozn.:* Ale nemá stejný obvod  $p$ !

## Zvláštní způsoby určování jemnosti

- bavlna – „Micronaire“ („air flow“)  $t_{[\text{tex}]} = t_{[\text{micronaire}]} / 25,4$
- vlna – „Bradfordská stupnice“ (subjektivní řazení);  
podrobněji viz lit. (aproximace viz skripta)

# VLÁKNA A VLÁKENNÉ ÚTVARY 1

## Tvarový faktor průřezu... $q$

Obvod skutečného průřezu...  $p$

Obvod myšleného kruhu...  $\pi d$

Tvarový faktor průřezu (Malinowska)

$$q = \frac{p}{\pi d} - 1 \geq 0$$

*Pozn.:* Válcové vlákno  $q = 0$ , jinak  $q > 0$ .

## Obvod průřezu... $p$

Z předchozí rovnice

$$p = \pi d (1 + q)$$

<i>Tvar průřezu vlákna</i>	$q$ [1]
Kruh - ideální ○	0
Kruh - reálný	0 to 0,07
Trojúhelník - ideální △	0,29
Trojúhelník - reálný	0,09 to 0,12
Bavlna - zralá	0,20 to 0,35
Nepravidelný průřez	> 0,60

*Pozn.:* Válcové vlákno  $p = \pi d$ , jinak  $p > \pi d$

# VLÁKNA A VLÁKENNÉ ÚTVARY 1

## Měrný povrch vláken... $a$

Definice: 
$$a = \frac{\text{povrch vláken}}{\text{hmotnost vláken}} = \frac{A}{m}$$

Povrch vlákna 
$$A = pl = \overbrace{\pi d}^{=p} (1+q)l$$

Hmotnost vlákna 
$$m = V\rho = \underbrace{\left(\pi d^2/4\right)}_{=s} l \rho$$

Měrný povrch vláken 
$$a = \frac{A}{m} = \frac{\pi d (1+q)l}{\left(\pi d^2/4\right)l\rho},$$

$$a = \frac{4(1+q)}{\rho d}$$

nebo též 
$$a = \frac{4(1+q)}{\rho d} = \frac{4(1+q)}{\rho} \sqrt{\overbrace{\frac{\pi\rho}{4t}}{=1/d}},$$

$$a = 2\sqrt{\pi} \frac{1+q}{\sqrt{\rho t}}$$

$$\Lambda = \frac{l}{d}$$



## VLÁKNA A VLÁKENNÉ ÚTVARY 1

*Příklad:* Bavlněné tričko,  $\rho=1520\text{kgm}^{-3}$ ,  $q=0,28$ . Specifický povrch  $a=300,5\text{ m}^2\text{kg}^{-1}$ . Necht' hmotnost trička je 0,2 kg. Pak plocha povrchu vláken v tričku je 60,1 m<sup>2</sup>.

*Pozn.:* Obvyklé hodnoty řádově 10<sup>2</sup> m<sup>2</sup>kg<sup>-1</sup>. Jiná experimentální metoda – B.E.T. (adsorbce molekul plynu i do velmi „malých štěrmin“ vlákna) – řádově 10<sup>3</sup> m<sup>2</sup>kg<sup>-1</sup>; např. bílená bavlna asi 6000 až 8000 m<sup>2</sup>kg<sup>-1</sup>.

**Štíhlost vlákna...**  $\Lambda$ . Definice  $\Lambda = l/d$

*Příklad:* Bavlněné vlákno  $d=0,012\text{ mm}$ ,  $l=24\text{ mm}$ . Štíhlost  $\Lambda=2000$ . Zvětšený „model“ vlákna – hadička o průměru 1 cm, délky 20 m.



**Tahové napětí** ve vlákně...  $\sigma^*$  (fyzikální definice)

Tahová síla... $F$ , tahové napětí  $\sigma^* = \frac{F}{s}$

**Specifické tahové napětí**...  $\sigma$  (užívané v textilní praxi)

$$\sigma = \frac{F}{t} = \left( \frac{F}{s} \right) \frac{1}{\rho}, \text{ specifické tahové napětí } \quad \sigma = \frac{\sigma^*}{\rho} \quad \sigma^* = \sigma \rho$$

$\downarrow$   
 $=sp$

$\underbrace{\hspace{2em}}_{=\sigma^*}$

*Terminologie:*

- síla při přetrhu vlákna = pevnost vlákna (např. v [N])
- specifické napětí při přetrhu vlákna = poměrná (specifická) pevnost vlákna (např. v [N/tex])

*Příklad:* Bavlněná vlákna, poměrná pevnost  $\sigma=0,32 \text{ Ntex}^{-1}$ ,  $\rho=1520 \text{ kgm}^{-3}$ ;  $\Rightarrow \sigma^*=487 \text{ MPa}$ . PES vlákna, poměrná pevnost  $\sigma=0,43 \text{ Ntex}^{-1}$  (133% hodnoty ba),  $\rho=1360 \text{ kgm}^{-3} \Rightarrow \sigma^*=585 \text{ MPa}$  (120% hodnoty ba). Běžná ocel  $\sigma^*=500 \text{ MPa}$ .

**Podle hodnoty poměrné pevnosti nelze srovnávat pevnosti vláken s různou hustotou!**

(Porovnávat lze tahové napětí podle fyzikální definice, tj.  $\sigma^* = \sigma\rho$ .)

## Vláknenné útvary

**Vláknenná soustava** = množina vláken, určená

- druhem vláken

= uspořádáním vláken  
= spojením vláken.

## Střední parametry směsi

Počet komponent ve směsi...  $n$

Pořadové číslo komponenty...  $i, i = 1, 2, \dots, n$

Celková uvažovaná hmotnost TVÚ (směsi) ...  $m$

Hmotnost  $i$ -té komponenty...  $m_i, \sum_{i=1}^n m_i = m$

**Hmotnostní podíl  $i$ -té komponenty**

$$g_i = \frac{m_i}{m}, \quad m_i = mg_i$$

Platí  $g_i \leq 1$  a  $\sum_{i=1}^n g_i = \sum_{i=1}^n \frac{m_i}{m} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^n m_i = \frac{m}{m} = 1$

$$\sum_{i=1}^n g_i = 1$$

*Pozn.:* V průmyslové praxi se používají hodnoty 100x větší a uvádějí se v procentech (např.  $g_i = 0,6$  se označuje jako 60%).

# VLÁKNA A VLÁKENNÉ ÚTVARY 1

**Konvence:** Všechny další veličiny příslušející  $i$ -té komponentě budou značeny dolním indexem  $i$ , veličiny příslušející celé směsi (střední parametry) budou značeny stejným symbolem, ale bez indexu

Hustota  $i$ -té komponenty...  $\rho_i$

Objem  $i$ -té komponenty ve směsi...  $V_i = \frac{m_i}{\rho_i} = m \frac{g_i}{\rho_i}$

Celkový objem vláken

$$\text{ve směsi... } V = \sum_{i=1}^n V_i = \sum_{i=1}^n \left( m \frac{g_i}{\rho_i} \right) = m \sum_{i=1}^n \frac{g_i}{\rho_i}$$

**Střední hustota vláken** (materiálu vláken)...  $\rho$

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{m}{m \sum_{i=1}^n \frac{g_i}{\rho_i}}, \quad \rho = 1 / \sum_{i=1}^n \frac{g_i}{\rho_i} \quad \left( \frac{1}{\rho} = \sum_{i=1}^n \frac{g_i}{\rho_i} \right) \dots \text{vážený harmonický průměr!}$$

## Objemový podíl $i$ -té komponenty... $v_i$

$$v_i = \frac{V_i}{V} = \left( m \frac{g_i}{\rho_i} \right) / \left( m \sum_{i=1}^n \frac{g_i}{\rho_i} \right) = \frac{g_i}{\rho_i} \left( 1 / \sum_{i=1}^n \frac{g_i}{\rho_i} \right), \quad v_i = g_i \frac{\rho}{\rho_i} \quad g_i = \frac{v_i \rho_i}{\rho}$$

## Jemnost vláken $i$ -té komponenty... $t_i$

$$\text{Délka všech vláken } i\text{-té komponenty... } L_i = \frac{m_i}{t_i} = m \frac{g_i}{t_i}$$

## Celková délka vláken

$$\text{ve směsi... } L = \sum_{i=1}^n L_i = \sum_{i=1}^n \left( m \frac{g_i}{t_i} \right) = m \sum_{i=1}^n \frac{g_i}{t_i}$$

## Střední jemnost vláken ve směsi... $t$

$$t = \frac{m}{L} = \frac{m}{m \sum_{i=1}^n \frac{g_i}{t_i}}, \quad t = 1 / \sum_{i=1}^n \frac{g_i}{t_i} \quad \left( \frac{1}{t} = \sum_{i=1}^n \frac{g_i}{t_i} \right) \dots \text{vážený harmonický průměr!}$$

# VLÁKNA A VLÁKENNÉ ÚTVARY 1

Průřez vlákna  $i$ -té komponenty...  $s_i$

**Střední jemnost vláken** ve směsi – jiné vyjádření

$$t = 1 / \sum_{i=1}^n \frac{\overbrace{g_i}^{=v_i \rho_i / \rho}}{\underbrace{t_i}_{=s_i \rho_i}} = 1 / \sum_{i=1}^n \left( \frac{v_i \rho_i}{\rho} \frac{1}{s_i \rho_i} \right) = 1 / \left( \frac{1}{\rho} \sum_{i=1}^n \frac{v_i}{s_i} \right), \quad t = \rho / \sum_{i=1}^n \frac{v_i}{s_i}$$

**Střední průřez vlákna** ve směsi...  $s$

$$s = \frac{\overbrace{= \rho / \sum_{i=1}^n \frac{v_i}{s_i}}}{t} / \rho, \quad s = 1 / \sum_{i=1}^n \frac{v_i}{s_i} \quad \left( \frac{1}{s} = \sum_{i=1}^n \frac{v_i}{s_i} \right) \quad \dots \text{harmonický průměr, nyní vážený objemovými podíly!}$$

Ekvivalentní průměr vlákna  $i$ -té komponenty...  $d_i$

Platí (definice ekvivalentního průměru)  $s_i = \frac{\pi d_i^2}{4}$

## Střední průřez vlákna ve směsi – jiné vyjádření

$$s = 1 / \sum_{i=1}^n \frac{v_i}{s_i} = 1 / \sum_{i=1}^n \frac{4v_i}{\pi d_i^2} = 1 / \left( \frac{4}{\pi} \sum_{i=1}^n \frac{v_i}{d_i^2} \right),$$

$\underbrace{s_i}_{=\pi d_i^2/4}$

$$s = \frac{\pi}{4 \sum_{i=1}^n \frac{v_i}{d_i^2}}$$

## Střední ekvivalentní průměr vlákna ve směsi... $d$

Z definice ekvivalentního průměru platí

$$s = \frac{\pi d^2}{4} = \pi / \left( 4 \sum_{i=1}^n \frac{v_i}{d_i^2} \right), \quad d^2 = 1 / \sum_{i=1}^n \frac{v_i}{d_i^2},$$

$$d = 1 / \sqrt{\sum_{i=1}^n \frac{v_i}{d_i^2}}$$

## Délkový podíl $i$ -té komponenty... $\lambda_i$

$$\lambda_i = \frac{\underbrace{m g_i / t_i}_{L_i}}{\underbrace{m \sum_{i=1}^n (g_i / t_i)}_L} = \frac{m g_i}{t_i} \frac{1}{m \left( 1 / \sum_{i=1}^n (g_i / t_i) \right)},$$

$$\lambda_i = g_i \frac{t}{t_i}$$



# VLÁKNA A VLÁKENNÉ ÚTVARY 1

**Pozn.:** Za dosti obecných předpokladů vyjadřují délkové podíly vláken relativní četnosti vláken v řezu přízí či v řezu jinou obdobnou délkovou textilií.

Měrný povrch vláken  $i$ -té komponenty...  $a_i$  =  $mg_i$

Celkový povrch vláken  $i$ -té komponenty...  $A_i = m_i a_i = mg_i a_i$

Celkový povrch všech vláken směsi...  $A = \sum_{i=1}^n \overbrace{A_i}^{=mg_i a_i} = m \sum_{i=1}^n (g_i a_i)$

**Střední měrný povrch vláken ve směsi**...  $a$

$$a = \frac{A}{m} = \frac{m \sum_{i=1}^n (g_i a_i)}{m},$$

$$a = \sum_{i=1}^n (g_i a_i)$$

... vážený  
aritmetický  
průměr

# VLÁKNA A VLÁKENNÉ ÚTVARY 1

## Zaplnění

Uvažujme TVÚ, nebo jeho výřez.

Objem vláken...  $V$ , celkový objem...  $V_c$

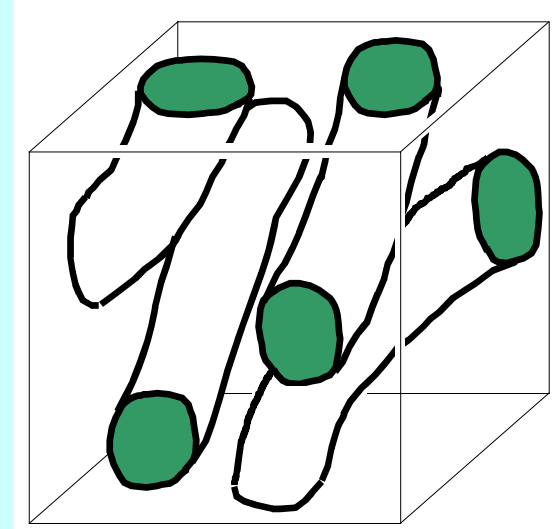
Platí  $V \leq V_c$ .

### 1. Objemová definice zaplnění $\mu$ :

$$\mu = V/V_c \quad \mu \in \langle 0, 1 \rangle$$

$\mu = 0$  ...zcela prázdný prostor,

$\mu = 1$  ...prostor zcela vyplněný hmotou vláken



*Pozn.:* a) Alternativní název – „objemový zlomek“ (chemické inženýrství).

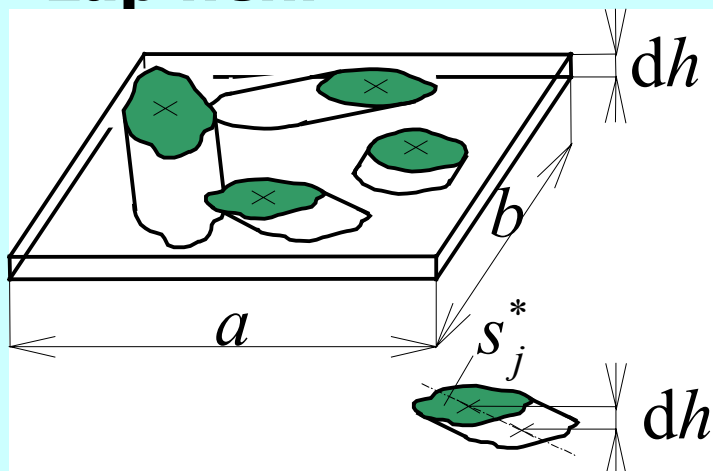
b) Cizojazyčná terminologie:

„fiber packing density“, „volume fraction“,

„Packungsdichte“, „коэффициент плотности“

# VLÁKNA A VLÁKENNÉ ÚTVARY 1

## 2. Plošná interpretace zaplnění



Plochý hranol,  $dh$ ...výška  
(Je-li výška malá, zakřivení segmentů lze zanedbat.)

Celá horní plocha...  $S_c = ab$

Objem hranolu

(celkový)...  $dV_c = \underbrace{ab}_{=S_c} dh = S_c dh$

## Orientační hodnoty zaplnění

Skupina	Vláknenný útvar	$\mu$ [1]
<i>Délkové textilie</i>	Monofil	1
	Limitní struktura <sup>*)</sup>	0,907
	Ostře kroucené hedvábí	0,75 až 0,85
	Lněná příze mokropředena	kolem 0,65
	Bavlněná příze česaná	0,5 až 0,6
	Bavlněná příze mykaná	0,38 až 0,55
	Vlněná příze česaná	0,38 až 0,50
	Vlněná příze mykaná	0,35 až 0,45
	Bavlněný přást	0,10 až 0,20
	Pramen	kolem 0,03
<i>Jiné textilie</i>	Tkanina	0,15 až 0,30
	Pletenina	0,10 až 0,20
	Vata	0,02 až 0,04
	Kožešina (textilní)	0,005 až 0,02
<i>Jiné materiály</i>	Kamenina (keramika)	0,20 až 0,23
	Dřevo	0,3 až 0,7
	Přírodní useň	0,33 až 0,66

<sup>\*)</sup> viz další text

# VLÁKNA A VLÁKENNÉ ÚTVARY 1

Vláknenné segmenty:

- počet segmentů...  $N$
- pořadová čísla segmentů vláken  $j = 1, 2, \dots, N$

Řezná plocha  $j$ -tého

segmentu...  $s_j^*$

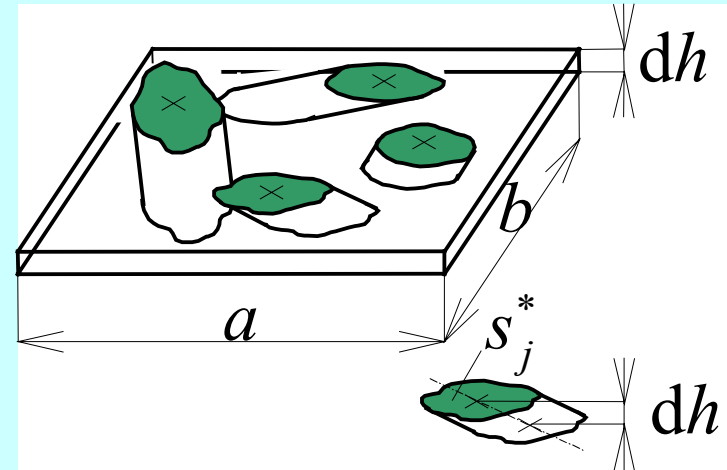
Souhrnná řezná plocha

(zelená)...  $S = \sum_{j=1}^N s_j^*$

Objem  $j$ -tého segmentu...  $s_j^* h$

Celkový objem vláken v hranolu...  $dV = \sum_{j=1}^N (s_j^* dh) = dh \sum_{j=1}^N s_j^* = dh S$

**Zaplnění**  $\mu = \frac{dV}{dV_c} = \frac{dh S}{S_c dh}$ ;  $\mu = \frac{S}{S_c}$  ...plošná interpretace



# VLÁKNA A VLÁKENNÉ ÚTVARY 1

## 3. Hustotní interpretace zaplnění

Objem vláken...  $V$ , celkový objem...  $V_c$

hmotnost...  $m$  (= hmotnost vláken)

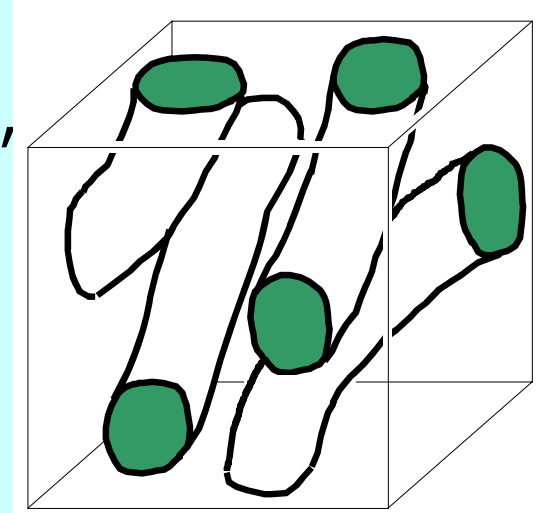
Hustota vláken...  $\rho = m/V$ ,  $m = \rho V$

Hustota vlákeného útvaru...  $\gamma$

$$\gamma = m/V_c, \quad m = \gamma V_c$$

Platí  $m = \rho V = \gamma V_c$ ,  $\overbrace{V/V_c}^{=\mu} = \gamma/\rho$

$$\mu = \frac{\gamma}{\rho} \quad \dots \quad \underline{\text{hustotní interpretace zaplnění}}$$



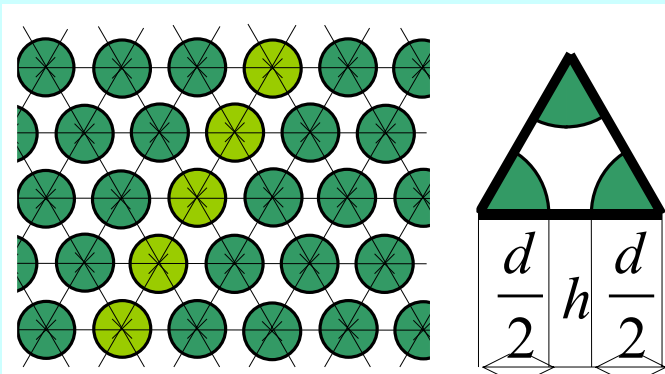
*Pozn.:* Ve starší literatuře se nepoužívá zaplnění  $\mu$ , ale hustota vlákeného útvaru  $\gamma$ . Přepočítání na zaplnění však plyne z posledního výrazu.

# VLÁKNA A VLÁKENNÉ ÚTVARY 1

## Zaplnění v ideálním svazku paralelních vláken

Uvažujme svazek válcových vláken, paralelních, pravidelně rozmístěných do hexagonální struktury.

*Strukturní jednotka* v průřezu  
= rovnostranný trojúhelník



Průměr vlákna...  $d$ , vzdálenost sousedních povrchů...  $h$

Plocha trojúhelníku

$$S_c = \overbrace{(d+h)}^{\text{základna}} \overbrace{(d+h)}^{\text{výška}} \cos 30^\circ / 2 = (\sqrt{3}/4)(d+h)^2$$

Plocha vláken ( $3 \times 60^\circ = 180^\circ = \text{půlkruh}$ )  $S = (\pi d^2 / 4) / 2 = \pi d^2 / 8$

**Zaplnění** (dle jeho plošné interpretace)

$$\mu = \frac{\pi d^2 / 8}{(\sqrt{3}/4)(d+h)^2},$$

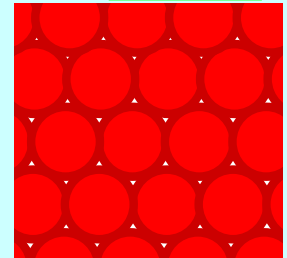
$$\mu = \frac{\pi}{2\sqrt{3}} \frac{1}{(1+h/d)^2}$$

# VLÁKNA A VLÁKENNÉ ÚTVARY 1

1. **Limitní struktura** (nejtěsnější uspořádání) – při  $h = 0$

$$\mu = \frac{\pi}{2\sqrt{3}} \frac{1}{\left(1 + \frac{h}{d}\right)^2},$$

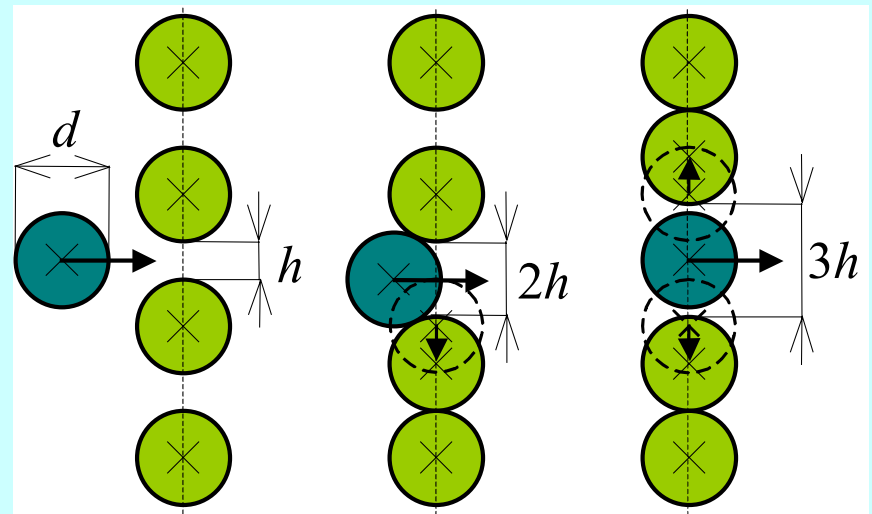
$$\mu = \frac{\pi}{2\sqrt{3}} \doteq 0,903$$



2. **Kompaktní struktura** – při  $h \leq d/2 \Rightarrow$  Jedno (tmavé) vlákno musí „odsunout“ nejméně dvě (světlá) vlákna  $\Rightarrow$  samostatný pohyb vlákna omezen. („Svato-plukovy pruty“.) Hranice:

$$\mu = \frac{\pi}{2\sqrt{3}} \frac{1}{\left(1 + \frac{h}{d}\right)^2},$$

$$\mu = \frac{\pi}{2\sqrt{3}} \frac{1}{1,5^2} \doteq 0,403$$



# VLÁKNA A VLÁKENNÉ ÚTVARY 1

*Pozn.:* Těsně nad dolní hranicí kompaktní struktury leží zaplnění obvyklých typů přízí.

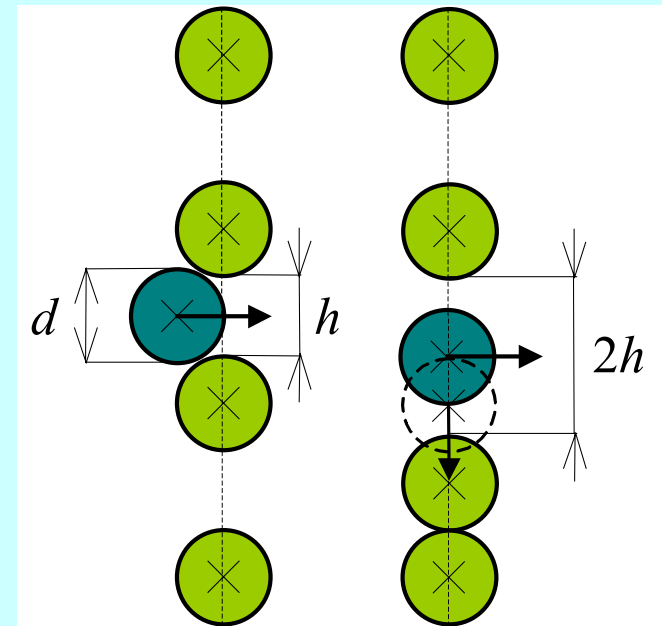
3. **Přechodová** struktura – při (tmavé) vlákno musí „odsunout“ právě jedno (světlé) vlákno  $\Rightarrow$  samostatný pohyb vlákna je částečně možný. („Remíza“.)

Dolní hranice zaplnění:

$$\mu = \frac{\pi}{2\sqrt{3}} \left/ \left( 1 + \frac{d}{h} \right)^2 \right.,$$

$$\mu = \frac{\pi}{2\sqrt{3}} \left/ 2^2 \right. = 0,227$$

$h \in (d/2, d) \Rightarrow$  Jedno





4. **Volná** struktura – při  $h \geq d$   $\Rightarrow$  Jedno (tmavé) vlákno projde řadou světlých vláken, aniž musí některé z nich odsunout  $\Rightarrow$  Je možný zcela samostatný pohyb jednotlivých vláken.

Horní hranice zaplnění je dolní hranicí struktury přechodové, tj.

$$\mu = \frac{\pi}{2\sqrt{3}} / 2^2 = 0,227$$

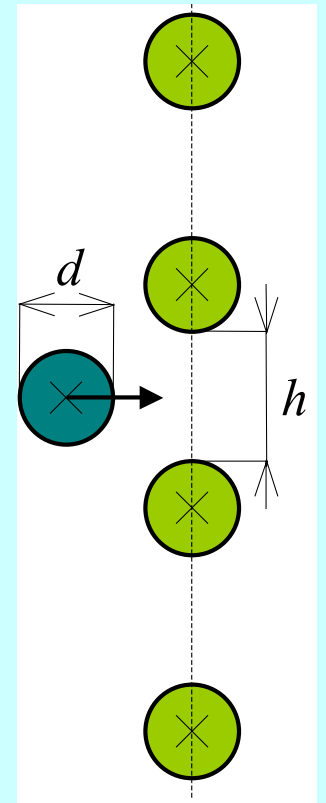
*Pozn.:* Volnou strukturu mají přásky, prameny. (Pohyb vláken při průtahu!)

*Souhrnně:*

**Limitní, kompaktní** – mechanicky odolná, tvrdší

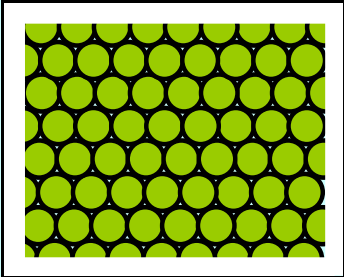
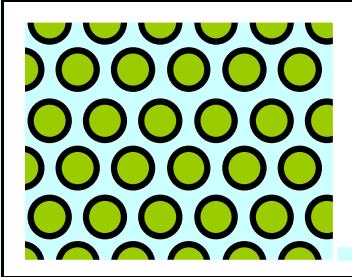
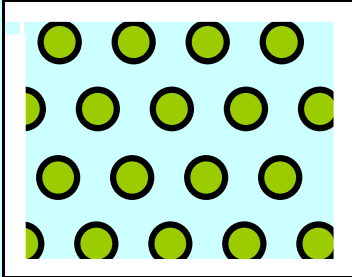
**Přechodová** – částečně mechanicky odolná, měkčí

**Volná** – málo mechanicky odolná, měkká, splývavá



# VLÁKNA A VLÁKENNÉ ÚTVARY 1

## Přehled a grafická ilustrace hraničních struktur

<i>Typ struktury</i> Zaplnění	<b>Limitní</b> 0,907	<b>Kompaktní</b> od 0,403 do 0,907	<b>Přechodová</b> od 0,227 do 0,403	<b>volná</b> menší než 0,227
<i>Obraz hraniční struktury</i>	<div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;"> <math>h = 0</math>  <math>\mu_{\text{lim}} = 0,907</math>  </div> <div style="text-align: center;"> <math>h = d/2</math>  <math>\mu = 0,403</math>  </div> <div style="text-align: center;"> <math>h = d</math>  <math>\mu = 0,227</math>  </div> </div>			