

Jméno a Příjmení: _____

Číslo studenta: _____

Podpis: _____ (stvrzuji, že jsem práci vypracoval samostatně)

1. (5 b.) Experimentálně bylo zjištěno, že okolní teplota (ve °C), při které dojde k nenávratnému zničení harddisku, je spojitá náhodná veličina s hustotou:

$$f(x) = \begin{cases} c \cdot (x - 91) & \text{pro } x \in [91, 98] \\ 0 & \text{jinak.} \end{cases}$$

- a) Určete konstantu c .
b) Spočítejte střední hodnotu této náhodné veličiny.
c) Spočítejte rozptyl této náhodné veličiny.
d) Víme, že okolní teplota vystoupí až na 92°C. S jakou pravděpodobností dojde ke zničení harddisku?
e) Na jakou hodnotu maximálně může teplota vystoupit, aby pravděpodobnost zničení byla nejvýše 30%?
2. (5 b.) V urně jsou balonky třech různých barev: 8 bílých, 2 černé a 6 zelených. Náhodně vytahujete s vrácením balonky až do té doby, kdy poprvé vytáhnete bílý balonek.
a) S jakou pravděpodobností budete muset táhnout právě 4-krát (bílý bude vytažen poprvé v 4. tahu)?
b) S jakou pravděpodobností budete muset táhnout více než 5-krát?
c) Určete střední (očekávaný) počet "neúspěšných" tahů před prvním vytaženým bílým balonkem.
3. (5 b.) K měření hmotnosti máte k dispozici zkalibrovanou váhu. Víte, že naměřená hodnota je náhodná veličina s normálním rozdělením o střední hodnotě rovné hmotnosti váženého tělesa a směrodatnou odchylkou rovnou 1.2 g. Jestliže je skutečná hmotnost váženého tělesa 35.7 g, určete následující:
a) Jaká je pravděpodobnost, že naměřená hodnota bude větší než 33.7 g?
b) Jaká je pravděpodobnost, že naměřená hodnota bude menší než 39 g?
c) Jaká je pravděpodobnost, že naměřená hodnota bude ležet v intervalu (34.2, 39.2) g?
d) Pod jakou hodnotou bude naměřená hmotnost s pravděpodobností 0.2?
e) Nad jakou hodnotou bude naměřená hmotnost s pravděpodobností 0.15?

4. (5 b.) Máte k dispozici opakovaná měření tělesné teploty (ve °C):

38.3 37.8 37.8 37.7 37.8 37.6 37.8 37.7 37.4 37.4 37.7 37.9 37.7 37.9 37.9
37.8 37.6 37.9 37.5 37.8 37.7 38.2 37.8 37.4 37.9 37.6 37.6 37.8 37.4 37.7
37.8 38.0 37.7 37.9 37.5 37.4 37.8 37.7 37.9 37.9 37.3

Víte, že rozptyl měřícího přístroje je roven $0.04 \text{ } ^\circ\text{C}^2$.

- a) Vypočítejte 95%-ní interval spolehlivosti pro tělesnou teplotu a výsledek interpretujte.
b) Doplňte předpoklady použitého postupu.
5. (5 b.) Převážáním několika balíčků mouky byly zjištěny následující odchylky (v gramech) od přesné hodnoty 1 kg:

3.3 -0.8 1.7 -0.5 -1.9 1.9 -0.6 -2.5 -0.6 0.5 -0.5 0.4 0.5 1.1 -0.1
-1.7 -0.1 -1.3 1.8 -0.3 3.0 1.4 -2.9 1.1 -2.1 0.0 -1.8 1.1 2.1 1.0
0.6 0.5 0.3 -0.8 -2.1 0.4 -0.6 -1.2 -1.8 1.2

- a) Určete 95%-ní interval spolehlivosti pro pravděpodobnost, že náhodně vybraný balíček bude lehčí než 1 000 g a výsledek interpretujte.
b) Doplňte předpoklady použitého postupu.