

Jméno a Příjmení: \_\_\_\_\_

Číslo studenta: \_\_\_\_\_

Podpis: \_\_\_\_\_ (stvrzuji, že jsem práci vypracoval samostatně)

1. (5 b.) Experimentálně bylo zjištěno, že okolní teplota (ve °C), při které dojde k nenávratnému zničení harddisku, je spojitá náhodná veličina s hustotou:

$$f(x) = \begin{cases} c \cdot (x - 89) & \text{pro } x \in [89, 100] \\ 0 & \text{jinak.} \end{cases}$$

- a) Určete konstantu  $c$ .  
b) Spočítejte střední hodnotu této náhodné veličiny.  
c) Spočítejte rozptyl této náhodné veličiny.  
d) Víme, že okolní teplota vystoupí až na 93°C. S jakou pravděpodobností dojde ke zničení harddisku?  
e) Na jakou hodnotu maximálně může teplota vystoupit, aby pravděpodobnost zničení byla nejvýše 80%?
2. (5 b.) V urně jsou balonky třech různých barev: 7 bílých, 5 černých a 6 zelených. Náhodně vytahujete s vrácením balonky až do té doby, kdy poprvé vytáhnete bílý balonek.  
a) S jakou pravděpodobností budete muset táhnout právě 6-krát (bílý bude vytažen poprvé v 6. tahu)?  
b) S jakou pravděpodobností budete muset táhnout alespoň 4-krát?  
c) Určete střední (očekávaný) počet "neúspěšných" tahů před prvním vytaženým bílým balonkem.
3. (5 b.) K měření hmotnosti máte k dispozici zkalibrovanou váhu. Víte, že naměřená hodnota je náhodná veličina s normálním rozdělením o střední hodnotě rovné hmotnosti váženého tělesa a rozptylem rovným  $0.25 \text{ g}^2$ . Jestliže je skutečná hmotnost váženého tělesa 36.6 g, určete následující:  
a) Jaká je pravděpodobnost, že naměřená hodnota bude větší než 36.3 g?  
b) Jaká je pravděpodobnost, že naměřená hodnota bude menší než 36.9 g?  
c) Jaká je pravděpodobnost, že naměřená hodnota bude ležet v intervalu (37.2, 37.8) g?  
d) Pod jakou hodnotou bude naměřená hmotnost s pravděpodobností 0.3?  
e) Nad jakou hodnotou bude naměřená hmotnost s pravděpodobností 0.1?

4. (5 b.) Máte k dispozici opakovaná měření tělesné teploty (ve °C):

37.8 38.3 38.2 38.0 38.0 37.5 38.1 37.8 38.4 37.3 38.2 37.9 38.0 37.9 38.0  
37.5 37.4 37.6 38.1 37.9 37.4 38.0 37.6 37.6 37.9 37.7

- a) Vypočtete 90%-ní interval spolehlivosti pro tělesnou teplotu a výsledek interpretujte.  
b) Doplňte předpoklady použitého postupu.
5. (5 b.) Převážení několika balíčků mouky byly zjištěny následující odchylky (v gramech) od přesné hodnoty 1 kg:

1.6 3.7 2.5 -0.9 -0.2 -1.6 0.9 2.3 4.3 1.2 1.8 -1.1 2.5 1.8 -1.1  
3.2 1.4 1.8 3.3 0.4 -3.6 2.9 1.2 1.3 -2.1 -0.2 2.0 0.1 1.1 -2.0  
-5.1 1.9 2.9 2.2 1.4 -1.6 1.6 2.0 -2.9 3.2

- a) Určete 99%-ní interval spolehlivosti pro rozptyl hmotnosti v jednom balíčku a výsledek interpretujte.  
b) Doplňte předpoklady použitého postupu.