

Jméno a Příjmení: _____

Číslo studenta: _____

Podpis: _____ (stvrzuji, že jsem práci vypracoval samostatně)

1. (5 b.) Experimentálně bylo zjištěno, že okolní teplota (ve °C), při které dojde k nenávratnému zničení harddisku, je spojitá náhodná veličina s hustotou:

$$f(x) = \begin{cases} c \cdot (x - 89) & \text{pro } x \in [89, 99] \\ 0 & \text{jinak.} \end{cases}$$

- a) Určete konstantu c .
b) Spočítejte střední hodnotu této náhodné veličiny.
c) Spočítejte rozptyl této náhodné veličiny.
d) Víme, že okolní teplota vystoupí až na 96°C. S jakou pravděpodobností dojde ke zničení harddisku?
e) Na jakou hodnotu maximálně může teplota vystoupit, aby pravděpodobnost zničení byla nejvýše 75%?
2. (5 b.) V urně jsou balonky třech různých barev: 7 bílých, 1 černý a 3 zelené. Náhodně jste vytáhli bez vracení 5 balonků.
a) S jakou pravděpodobností byly mezi vytaženými právě 4 bílé?
b) S jakou pravděpodobností byl mezi vytaženými alespoň 1 bílý?
c) Určete střední (očekávaný) počet bílých balonků mezi vytaženými.
3. (5 b.) K měření hmotnosti máte k dispozici zkalibrovanou váhu. Víte, že naměřená hodnota je náhodná veličina s normálním rozdělením o střední hodnotě rovné hmotnosti váženého tělesa a rozptylem rovným 0.09 g^2 . Jestliže je skutečná hmotnost váženého tělesa 32.3 g, určete následující:
a) Jaká je pravděpodobnost, že naměřená hodnota bude menší než 32.3 g?
b) Jaká je pravděpodobnost, že naměřená hodnota bude větší než 33 g?
c) Jaká je pravděpodobnost, že naměřená hodnota bude ležet v intervalu (32, 32.3) g?
d) Pod jakou hodnotou bude naměřená hmotnost s pravděpodobností 0.55?
e) Nad jakou hodnotou bude naměřená hmotnost s pravděpodobností 0.75?
4. (5 b.) Máte k dispozici opakovaná měření tělesné teploty (ve °C):

40.5 40.7 40.7 40.4 40.6 40.5 40.9 41.1 40.5 40.9 40.8 40.9 40.6 40.6 40.8
41.0 40.7 40.7 40.8 40.6 40.2 41.4 40.6 41.2 40.0 40.4 40.8 41.1 40.8 41.7
40.8 41.0 40.2 41.2 40.7 40.9 41.0 40.8 41.0 41.5 40.6

Víte, že rozptyl měřicího přístroje je roven $0.11 \text{ } ^\circ\text{C}^2$.

- a) Vypočtete 90%-ní interval spolehlivosti pro tělesnou teplotu a výsledek interpretujte.
b) Doplňte předpoklady použitého postupu.

5. (5 b.) Převážením několika balíčků mouky byly zjištěny následující odchylky (v gramech) od přesné hodnoty 1 kg:

0.6 -0.2 2.5 -0.9 1.7 -1.6 -1.1 2.6 -0.1 1.8 1.5 0.8 0.4 0.4 2.3
3.5 -0.3 0.5 -0.9 -2.1 1.3 2.4 0.2 0.4 0.4 1.1 -2.6 -0.3 0.5 0.2
1.2 0.3 1.3 0.5 0.6 2.4 -0.2 -1.3 0.4 2.2 -2.1 0.9 0.9 1.4

- a) Určete 95%-ní interval spolehlivosti pro pravděpodobnost, že náhodně vybraný balíček bude lehčí než 1 000 g a výsledek interpretujte.
b) Doplňte předpoklady použitého postupu.