

Matematika II (KMA/MA2) - cvičení 3

FAKULTA STROJNÍ (akad. rok 2023/2024 a vyšší)

Příklad 1. Necht' jsou zadány matice

$$\mathbb{A} = \begin{pmatrix} 4 & 2 & -1 & 2 \\ 3 & -7 & 1 & -8 \\ 2 & 4 & -3 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbb{B} = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -3 & 0 \\ 1 & 5 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

Určete matice

a) $\mathbb{A} + \mathbb{B} =$ b) $3\mathbb{B} =$ c) $\mathbb{A}\mathbb{B} =$ d) $\mathbb{B}\mathbb{A} =$ $\left[\begin{array}{l} \text{c) } \begin{pmatrix} 7 & 9 \\ 4 & 6 \\ -8 & -8 \end{pmatrix} \quad \text{d) není definováno} \end{array} \right]$

Příklad 2. Necht' jsou zadány matice

$$\mathbb{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 5 & 5 & 5 \end{pmatrix}, \quad \mathbb{B} = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 2 \\ -2 & -1 & -1 \\ -1 & -3 & -1 \end{pmatrix}.$$

Určete matice

a) $\mathbb{A} + \mathbb{B} =$ b) $3\mathbb{B} =$ c) $\mathbb{A}\mathbb{B} =$ d) $\mathbb{B}\mathbb{A} =$ $\left[\begin{array}{l} \text{c) } \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{d) } \begin{pmatrix} 21 & 21 & 21 \\ -9 & -9 & -9 \\ -12 & -12 & -12 \end{pmatrix} \end{array} \right]$

Příklad 3. Necht' jsou zadány matice

$$\mathbb{A} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 4 \\ 6 & -2 \end{pmatrix}, \quad \mathbb{B} = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 3 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

Určete matice

a) $\mathbb{A} + \mathbb{B} =$ b) $3\mathbb{B} =$ c) $\mathbb{A}\mathbb{B} =$ d) $\mathbb{B}\mathbb{A} =$ $\left[\begin{array}{l} \text{c) } \begin{pmatrix} 4 & -5 & 3 \\ 6 & -2 & 21 \\ 12 & -14 & 12 \end{pmatrix} \quad \text{d) } \begin{pmatrix} 16 & -16 \\ 21 & -2 \end{pmatrix} \end{array} \right]$

Příklad 4. Necht' jsou zadány matice

$$\mathbb{A} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}, \quad \mathbb{B} = (4 \ 5 \ 0).$$

Určete matice

a) $\mathbb{A} + \mathbb{B} =$ b) $3\mathbb{B} =$ c) $\mathbb{A}\mathbb{B} =$ d) $\mathbb{B}\mathbb{A} =$ $\left[\begin{array}{l} \text{c) } \begin{pmatrix} 4 & 5 & 0 \\ 8 & 10 & 0 \\ 12 & -15 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{d) } (14) \end{array} \right]$

Příklad 5. Spočítejte hodnotu matice \mathbb{A} , jestliže:

a) $\mathbb{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & -1 \\ 2 & 2 & 1 & -2 \\ -2 & -1 & 1 & -3 \\ 1 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ $[\text{h}(\mathbb{A}) = 3]$ b) $\mathbb{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 4 & 4 & 7 \\ 1 & 1 & 1 & 3 & 4 \\ 3 & 5 & 7 & 8 & 12 \end{pmatrix}$ $[\text{h}(\mathbb{A}) = 3]$

c) $\mathbb{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ $[\text{h}(\mathbb{A}) = 2]$ d) $\mathbb{A} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 & -1 \\ 2 & 2 & 1 & -1 \\ 2 & 3 & 2 & -1 \\ 2 & 4 & 3 & -1 \end{pmatrix}$ $[\text{h}(\mathbb{A}) = 2]$

e) $\mathbb{A} = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 & 1 & -2 \\ 2 & 1 & -1 & 2 & -3 \\ 3 & -2 & -1 & 1 & -2 \\ 2 & -5 & 1 & -2 & 2 \end{pmatrix}$ $[\text{h}(\mathbb{A}) = 3]$ f) $\mathbb{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -5 & 1 & -2 \\ 3 & 1 & -4 & 6 & -2 \\ -1 & 2 & -1 & 1 & 6 \\ 0 & 1 & 3 & -4 & 1 \end{pmatrix}$ $[\text{h}(\mathbb{A}) = 4]$

Příklad 6. Najděte inverzní matici \mathbb{A}^{-1} pomocí Gaussovy eliminace k matici \mathbb{A} :

$$\text{a) } \mathbb{A} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix} \quad \left[\frac{1}{3} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 3 & -3 & 0 \\ 3 & -1 & 1 \end{pmatrix} \right] \quad \text{b) } \mathbb{A} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad \left[\begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \right]$$

$$\text{c) } \mathbb{A} = \begin{pmatrix} 2 & 2 & -1 \\ 1 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \left[\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 2 \end{pmatrix} \right] \quad \text{d) } \mathbb{A} = \begin{pmatrix} 6 & -4 & -17 \\ -1 & 1 & 3 \\ 2 & -1 & -6 \end{pmatrix} \quad \left[\begin{pmatrix} 3 & 7 & -5 \\ 0 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & -2 \end{pmatrix} \right]$$

$$\text{e) } \mathbb{A} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 4 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 6 \end{pmatrix} \quad \left[\frac{1}{4} \begin{pmatrix} -8 & 8 & 4 \\ -5 & 2 & 3 \\ 3 & -2 & -1 \end{pmatrix} \right] \quad \text{f) } \mathbb{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix} \quad \left[\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 2 & -4 & -2 \\ -3 & 5 & 4 \\ 2 & -2 & -2 \end{pmatrix} \right]$$

Příklad 7. Nechť

$$\mathbb{A} = \begin{pmatrix} 2 & -3 & -1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbb{B} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Řešte maticovou rovnici

$$\text{a) } \mathbb{A} \cdot \mathbb{X} = \mathbb{B} + \mathbb{X} \quad \left[\begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 5 & -1 & 1 \\ -3 & 3 & 1 \end{pmatrix} \right] \quad \text{b) } \mathbb{X} \cdot \mathbb{A} - \mathbb{B} = \mathbb{X} \quad \left[\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & -2 \\ -1 & 2 & 0 \end{pmatrix} \right]$$