Matematika II (KMA/MA2) - cvičení 4

FAKULTA STROJNÍ (akad. rok 2023/2024 a vyšší)

Příklad 1. Rozhodněte o řešitelnosti soustavy lineárních rovnic a v kladném případě určete množinu všech řešení této soustavy:

a)
$$\begin{array}{rcrcrcrl} 6x_1 & + & 2x_2 & - & x_3 & + & 7x_4 & = 0\\ 4x_1 & + & 2x_2 & - & 3x_3 & + & 5x_4 & = -4\\ x_1 & + & x_2 & - & x_3 & - & x_4 & = 0\\ x_1 & & & + & x_3 & & & = 3 \end{array}$$
$[x_1 = 2,\ x_2 = -2,\ x_3 = 1,\ x_4 = -1]$

b)
$$\begin{array}{rcrcrcrcrl} 3x_1 & - & 2x_2 & + & 6x_3 & + & 2x_4 & - & 4x_5 & = 5\\ x_1 & + & & + & 2x_3 & - & x_4 & + & 2x_5 & = 3\\ x_1 & + & 2x_2 & + & 2x_3 & & & & & = 1\\ 2x_1 & - & 6x_2 & + & 4x_3 & + & 2x_4 & - & 4x_5 & = 5 \end{array}$$
$\left[2-2u,\ -\frac{1}{2},\ u,\ 2t-1,\ t\right]$

c)
$$\begin{array}{rcrcrcrl} 2x_1 & + & 2x_2 & - & 2x_3 & + & x_4 & = 1\\ x_1 & + & 2x_2 & + & x_3 & - & 2x_4 & = 1\\ 3x_1 & + & 4x_2 & - & x_3 & + & 2x_4 & = 5\\ x_1 & + & 3x_2 & + & 3x_3 & - & 2x_4 & = 4 \end{array}$$
$[x_1 = -3+3t,\ x_2 = 3-2t,\ x_3 = t,\ x_4 = 1]$

d)
$$\begin{array}{rcrcrcrcrcrl} x_1 & + & x_2 & + & 2x_3 & + & 3x_4 & + & 3x_5 & + & 3x_6 & = 0\\ x_1 & + & x_2 & + & x_3 & + & 3x_4 & + & x_5 & + & x_6 & = 0\\ 2x_1 & + & 2x_2 & + & 2x_3 & + & 6x_4 & + & 2x_5 & + & 8x_6 & = 0 \end{array}$$
$[-t+v-3u,\ t,\ -2v,\ u,\ v,\ 0]$

e)
$$\begin{array}{rcrcrl} x_1 & + & x_2 & + & x_3 & = 4\\ 2x_1 & + & 2x_2 & + & 5x_3 & = 11\\ 4x_1 & + & 6x_2 & + & 8x_3 & = 24 \end{array}$$
$[x_1 = 1,\ x_2 = 2,\ x_3 = 1]$

f)
$$\begin{array}{rcrcrcrl} x_1 & + & 2x_2 & + & 3x_3 & + & x_4 & = 1\\ 2x_1 & + & 4x_2 & + & 7x_3 & + & 7x_4 & = 4\\ x_1 & & & + & 2x_3 & & & = -2\\ 3x_1 & + & 7x_2 & + & 10x_3 & + & 6x_4 & = 7 \end{array}$$
[soustava nemá řešení]

g)
$$\begin{array}{rcrcrcrcrl} -4x_1 & + & 4x_2 & - & x_3 & + & x_4 & - & 7x_5 & = -11\\ 2x_1 & - & 2x_2 & + & x_3 & & & + & 3x_5 & = 4\\ 4x_1 & - & 4x_2 & + & 5x_3 & + & x_4 & + & 7x_5 & = -3\\ -6x_1 & + & 6x_2 & - & 4x_3 & + & x_4 & - & 12x_5 & = -7 \end{array}$$
$[4-u+v,\ v,\ -4-u,\ 1+2u,\ u]$

Příklad 2. Spočtěte nálsledující determinanty, jestliže:

a) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & -1\\ -1 & 1 & 2\\ 1 & -1 & 0 \end{vmatrix}$ [6] b) $\begin{vmatrix} 2 & 1 & -1\\ 2 & 1 & -2\\ 1 & 1 & 2 \end{vmatrix}$ [1]

c) $\begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 & 1\\ 0 & 1 & 0 & 1\\ 1 & 0 & 0 & 1\\ 0 & 1 & -1 & 1 \end{vmatrix}$ [0] d) $\begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 & 1\\ -1 & 1 & 1 & 0\\ 1 & 1 & 1 & 0\\ 0 & -1 & 0 & 1 \end{vmatrix}$ [4]

e) $\begin{vmatrix} 3 & 3 & -1 & 1\\ -1 & 2 & 1 & 0\\ 1 & 2 & 1 & -1\\ 2 & 1 & -2 & 2 \end{vmatrix}$ [0] f) $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 1\\ 0 & 2 & 3 & 1\\ 1 & 0 & 1 & 1\\ 2 & 3 & 1 & 0 \end{vmatrix}$ [−7]

g) $\begin{vmatrix} 2 & 3 & 0 & 4\\ 1 & 2 & 1 & 1\\ 3 & 4 & 1 & 1\\ 1 & 2 & 2 & -1 \end{vmatrix}$ [2] h) $\begin{vmatrix} 2 & 2 & -2 & 1\\ 1 & 2 & 1 & -2\\ 3 & 4 & -1 & 2\\ 1 & 3 & 3 & -2 \end{vmatrix}$ [0]