FAKULTA
PŘÍRODOVĚDNĚ-HUMANITNÍ
A PEDAGOGICKÁ TUL

PR2 – FYZ1 23/24 FS
Kinematika 1

Ing. Štěpán Kunc, Ph.D.

stepan.kunc@tul.cz

Kinematika

Kinematika - popis jak se těleso pohybuje

Dynamika – popis proč se těleso pohybuje

} **Mechanika**

Kinematika - Zkoumá **pohyb těles** bez toho, že by se zabývala příčinami, které vedou k takovému pohybu

Těleso – tvar, hmotnost, rozměry

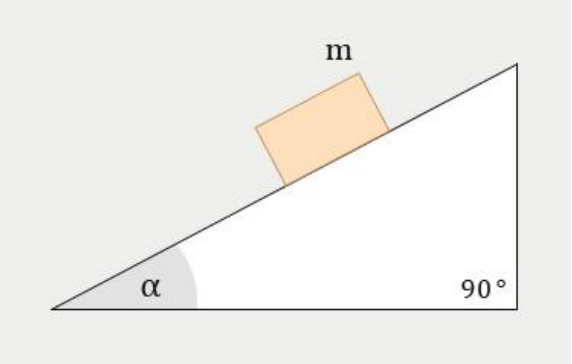
Zjednodušení reálných těles – hmotný bod, soustava hmotných bodů, tuhé těleso, kontinuum,…….

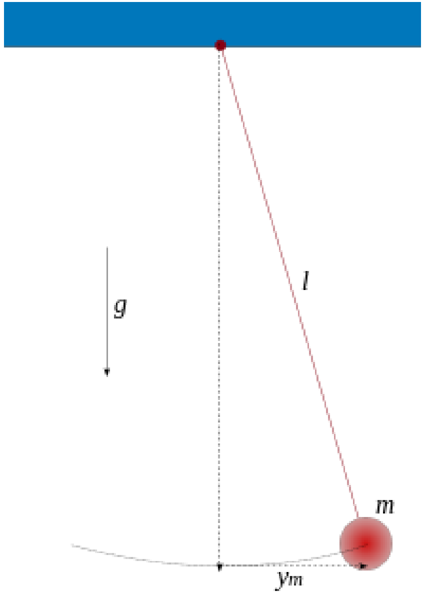
Kinematika hmotného bodu

Hmotným bodem rozumíme takové těleso, jehož **velikost, tvar a prostorové rozložení hmotnosti můžeme z hlediska řešené úlohy zanedbat**, a který můžeme v prostoru zobrazit jediným bodem.

Počet stupňůvolnosti N=3 (počet údajů, kterými je hmotný bod popsán v prostoru)

Stupně volnosti můžeme odebrat pomocí **vazeb** (omezení pohybu)





Kinematika hmotného bodu

Pohybový stav - všechny nutné údaje, pomocí kterých určíme polohu tělesa.

Polohu tělesa určujeme v prostoru **pouze relativně** vzhledem ktzv. **Vztažné souřadné soustavě**. Jednotlivé **polohy** hmot.bodu **jsou funkcí času.**

Ve zvolené souřadné soustavě je pak poloha hmotného bodu určena tzv. **polohovým vektorem.**

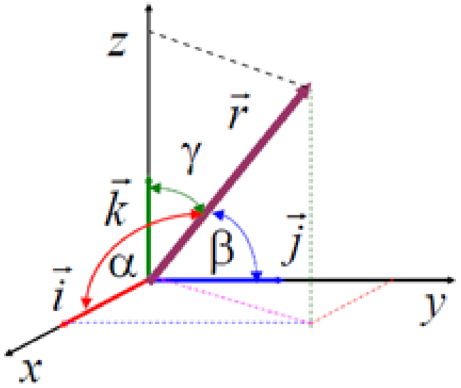
$$\boxed{\vec{r}(t) = (x(t), y(t), z(t)) = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j} + z(t)\vec{k}}$$

Vztažné soustavy se mohou pohybovat (např.soustava spojená s pohybujícím se tělesem)

Souřadnice hmotného bodu

Vztažné soustavy:

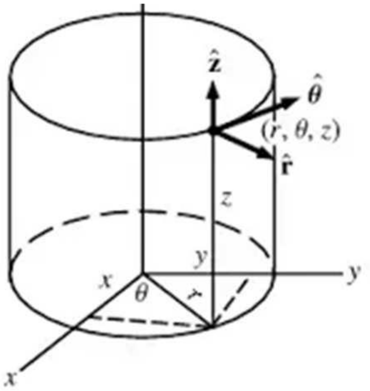
Kartézké souřadnice:



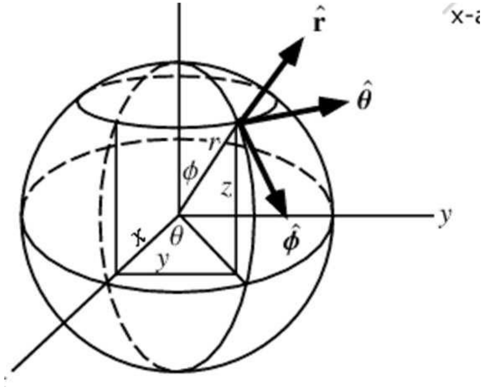
Polohový vektor jako funkce času

$$\boxed{\vec{r}(t) = (x(t), y(t), z(t)) = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j} + z(t)\vec{k}}$$

Válcové souřadnice:



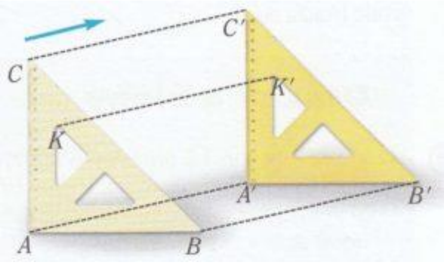
lové souřadnice:

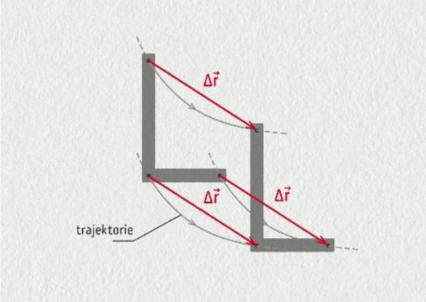


Druhy pohybů

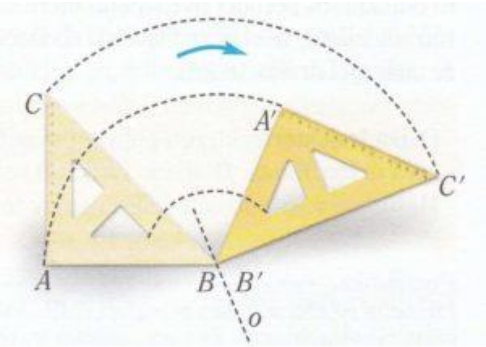
http://www.gvp.cz/~vinkle/mafynet/fyz_1_6lete/fyzika_6_1_1_pohyb.html

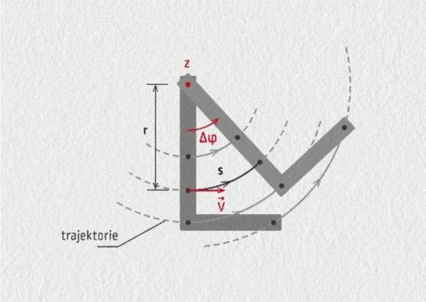
Posuvný (Translační):





Otáčivý (Rotační):





Složené pohyby: https://www.geogebra.org/m/JPA4exyk

Pohyb hmotného bodu - popis

Trajektorie – křivka v prostoru, po které se pohybuje hm.bod

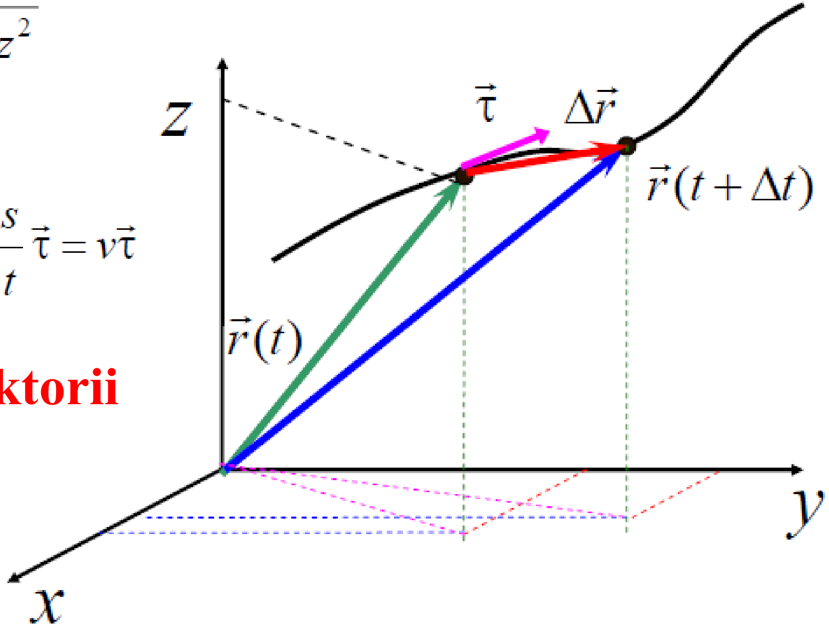
Změna polohy: $\mathrm{d}\vec{r} = \mathrm{d}s \cdot \vec{\tau} = \vec{i}\,\mathrm{d}x + \vec{j}\,\mathrm{d}y + \vec{k}\,\mathrm{d}z$ $\quad |\vec{\tau}| = 1$ **- tečný vektor**

Dráha: $s = \int \mathrm{d}s$ $\quad \mathrm{d}s = |\mathrm{d}\vec{r}| = \sqrt{\mathrm{d}x^2 + \mathrm{d}y^2 + \mathrm{d}z^2}$

Okamžitá rychlost: časová změna polohy

$$\boxed{\vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\vec{r}(t+\Delta t) - \vec{r}(t)}{\Delta t} = \frac{\mathrm{d}\vec{r}}{\mathrm{d}t} \quad [\mathrm{m/s}]}$$

$$\vec{v} = \frac{\mathrm{d}\vec{r}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}\vec{\tau} = \frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}\vec{\tau} = v\vec{\tau}$$



Okamžitá rychlost je vždy tečná k trajektorii

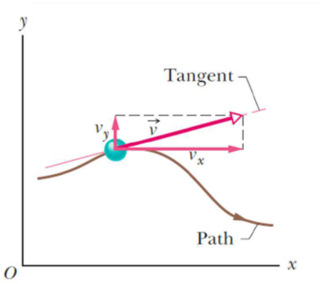
$$\boxed{\vec{v} = v\vec{\tau} \qquad \vec{\tau} = \frac{\vec{v}}{v}}$$

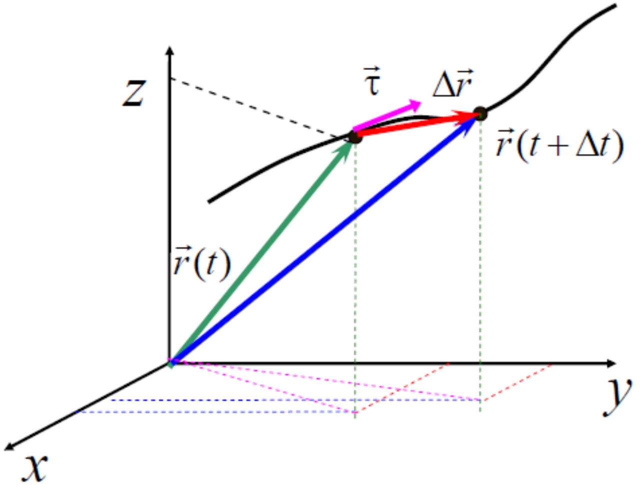
Rychlost hmotného bodu

Okamžitá rychlost je vždy tečná k trajektorii

$$\vec{\tau} = \frac{d\vec{r}}{dt} \Big/ \frac{ds}{dt} = \frac{d\vec{r}}{ds}, ds = |d\vec{r}|$$

$$\boxed{\vec{v} = v\vec{\tau}}$$





Velikost rychlosti: $v = \frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t} = \frac{\sqrt{\mathrm{d}x^2 + \mathrm{d}y^2 + \mathrm{d}z^2}}{\mathrm{d}t}$

Průměrná rychlost: $v_p = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{\int_{t_1}^{t_2} v \, \mathrm{d}t}{t_2 - t_1}$

Zrychlení – časová změna rychlosti

$$\boxed{\vec{a} = \frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}^2\vec{r}}{\mathrm{d}t^2} \quad [\mathrm{m/s^2}]}$$

Zrychlení hmotného bodu

$$\vec{a} = \frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}^2\vec{r}}{\mathrm{d}t^2} \quad [\mathrm{m/s^2}]$$

Tečná a normálová složka zrychlení:

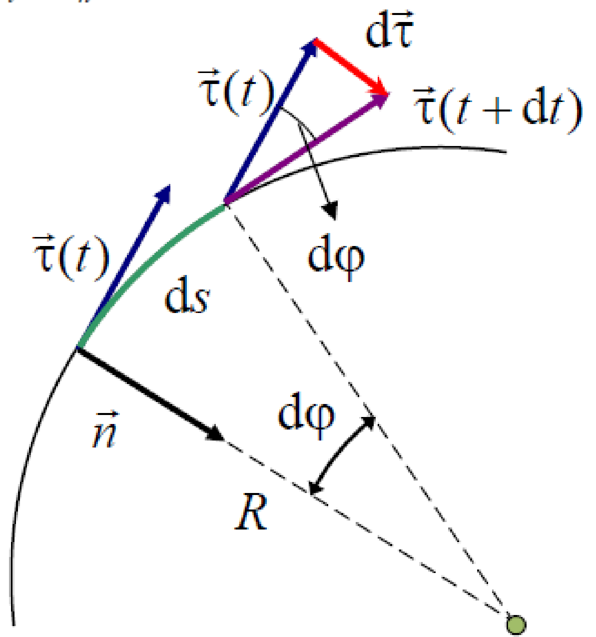
$$\vec{v} = v\cdot\vec{\tau}$$

$$\vec{a} = \frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(v\cdot\vec{\tau}) = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\cdot\vec{\tau} + v\frac{\mathrm{d}\vec{\tau}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\cdot\vec{\tau} + v\frac{\mathrm{d}\vec{\tau}}{\mathrm{d}s}\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\cdot\vec{\tau} + v^2\frac{\mathrm{d}\vec{\tau}}{\mathrm{d}s} = \vec{a}_t + \vec{a}_n$$

tečná složka **normálová složka**

$$\vec{\tau}\cdot\vec{\tau} = 1 \quad \Rightarrow \quad \mathrm{d}(\vec{\tau}\cdot\vec{\tau}) = 2\vec{\tau}\cdot\mathrm{d}\vec{\tau} = 0 \quad \Rightarrow \vec{\tau}\perp\mathrm{d}\vec{\tau} \quad \Rightarrow \quad \vec{n} = \frac{\mathrm{d}\vec{\tau}}{|\mathrm{d}\vec{\tau}|}$$

$$\mathrm{d}\vec{\tau} = \mathrm{d}\vec{\varphi}\times\vec{\tau} \quad \Rightarrow \quad |\mathrm{d}\vec{\tau}| = \mathrm{d}\varphi = \frac{\mathrm{d}s}{R} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\frac{\mathrm{d}\vec{\tau}}{\mathrm{d}s} = \frac{\vec{n}}{R}}$$



tečná složka: $\boxed{\vec{a}_t = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\cdot\vec{\tau}}$

normálová složka: $\boxed{\vec{a}_n = \frac{v^2}{R}\vec{n}}$

Zrychlení hmotného bodu

Výsledné zrychlení pohybu má **směr obecně odlišný od tečny k trajektorii**

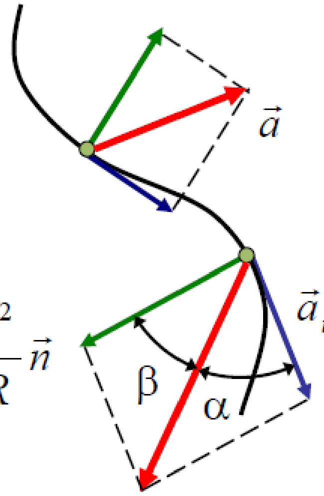
Velikost zrychlení:

$$a = |\vec{a}| = \sqrt{a_t^2 + a_n^2}$$

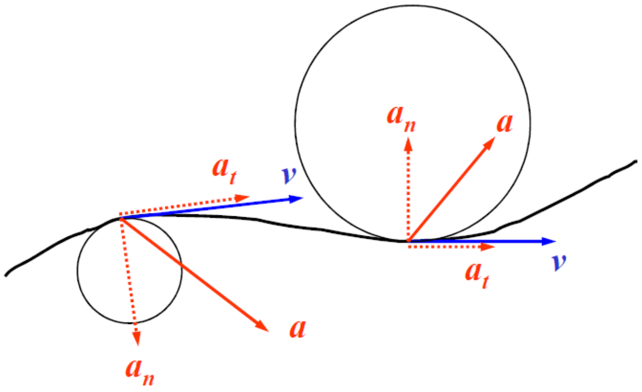
$$\boxed{a_t = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}}$$

$$\boxed{a_n = \frac{v^2}{R}}$$

$$\vec{a}_n = \frac{v^2}{R}\vec{n}$$



$$\vec{a}_t = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\cdot\vec{\tau}$$



$$\mathrm{tg}\,\alpha = \frac{a_n}{a_t}$$

$$\mathrm{tg}\,\beta = \frac{a_t}{a_n}$$

$$\vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_n$$

Příklady pohybu hmotného bodu

Přímočarý pohyb $\vec{a}_t = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} \cdot \vec{\tau}$ $R = \infty$ $\vec{a}_n = 0$

Rovnoměrný přímočarý pohyb

zrychlení: $\vec{a} = 0$

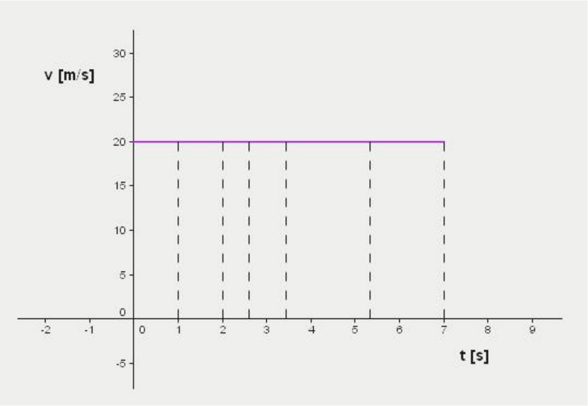
rychlost: $\vec{v} = \int \vec{a}\,\mathrm{d}t = konst.$

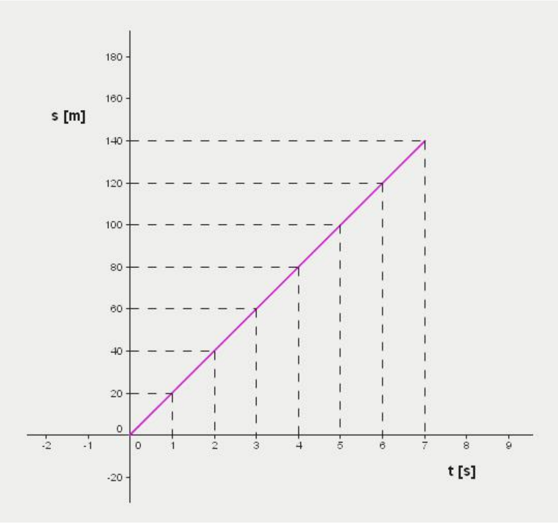
dráha: $\vec{r} = \int \vec{v}\,\mathrm{d}t = \vec{r}_0 + \vec{v}\,t$

Počáteční podmínky

$\vec{r}_0(t_0) = (x_0, y_0, z_0)$

$\vec{v} = (v_{0x}, v_{0y}, v_{0z})$





Příklady pohybu hmotného bodu

Přímočarý pohyb $\vec{a}_t = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} \cdot \vec{\tau}$ $R = \infty$ $\vec{a}_n = 0$

Rovnoměrně zrychlený přímočarý pohyb

zrychlení: $\vec{a} = konst.$

rychlost: $\vec{v} = \int \vec{a}\, \mathrm{d}t = \vec{v}_0 + \vec{a}\, t$

dráha: $\vec{r} = \int \vec{v}\, \mathrm{d}t = \int (\vec{v}_0 + \vec{a}\, t)\, \mathrm{d}t = \vec{r}_0 + \vec{v}_0\, t + \frac{1}{2} \vec{a}\, t^2$

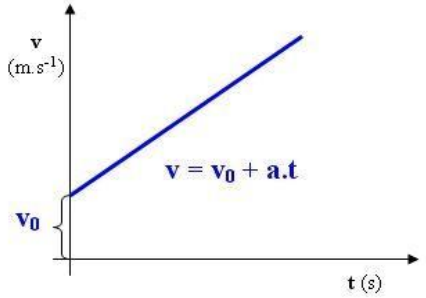
Počáteční podmínky

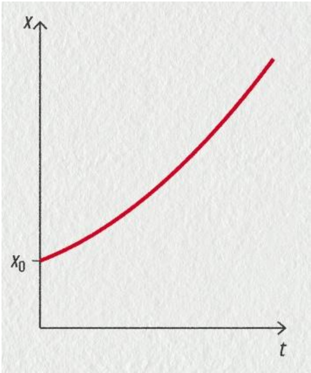
$\vec{r}_0(t_0) = (x_0, y_0, z_0)$

$\vec{v}_0(t_0) = (v_{0x}, v_{0y}, v_{0z})$

$\vec{a} = (a_x, a_y, a_z)$

zrychlený





zpomalený