



# PR12 – FYZ1 22/23 FS

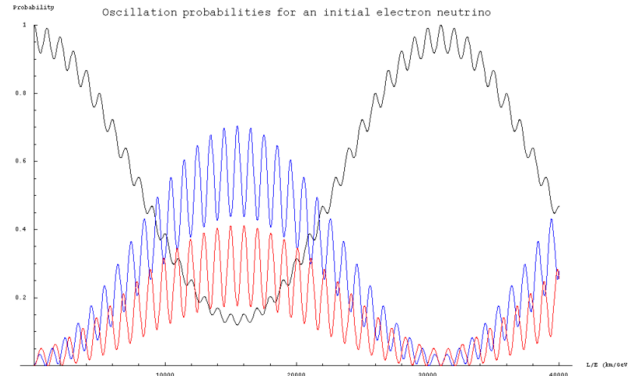
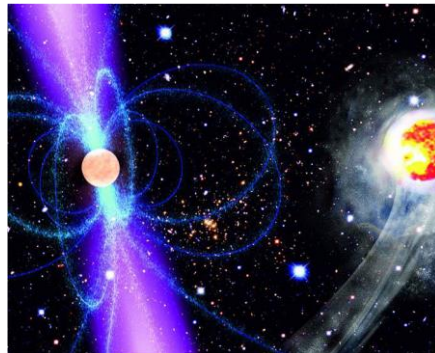
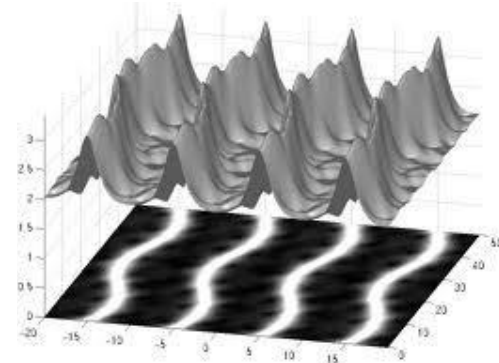
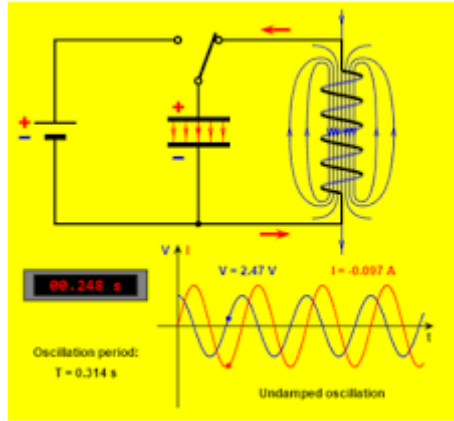
## Kmity 1

Ing. Štěpán Kunc, Ph.D.

[stepan.kunc@tul.cz](mailto:stepan.kunc@tul.cz)

# Kmity

Kmity –pružina, elektrický obvod, EKG, plazmony, pulzary, neutrina –různé děje, stejný matematický popis



# Kmity

**Kmity, kmitání, oscilace – procesy které se s určitým stupněm pravidelnosti opakují**

Fyzikální veličina (výchylka, el. proud, ...) osciluje kolem určité rovnovážné polohy (střední)

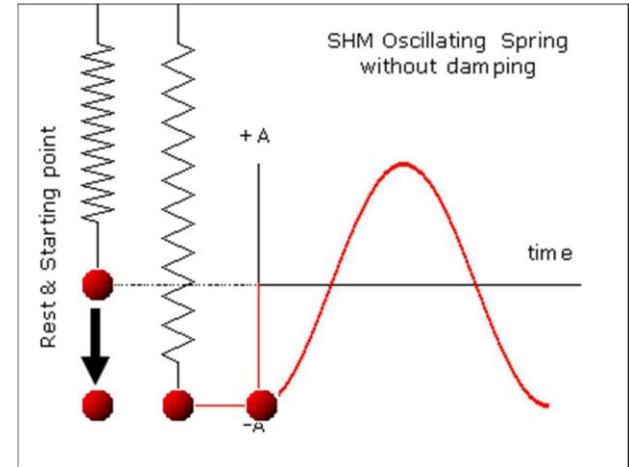
Různá fyzikální podstata (mechanické, elektromagnetické, elektromechanické, ...)

**Oscilátor – soustava, která kmitá (osciluje)**

**Kmity v mechanice – periodický, prostorově omezený pohyb.**

**Kmity volné (vlastní)** – soustava koná kmity sama po předchozím vychýlení z rovnováhy

**Kmity vynucené (buzené)** – hodnoty všech veličin se opakují v pravidelných intervalech. Pohyb je opakovaně vynucován vnější silou



# Kmity

**Periodický průběh** – průběh sledované veličiny  $X$  se opakuje s určitou periodou  $T$

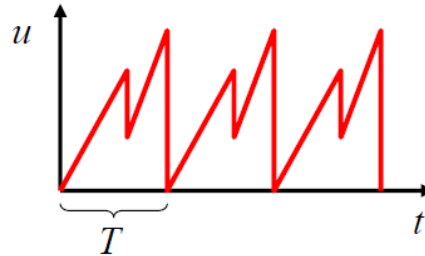
$$X(t) = X(t + T)$$

Počet oscilací za 1 sekundu vyjadřuje **frekvence kmitavého pohybu**  $f$

$$f = \frac{1}{T}$$

Kruhová frekvence kmitání

$$\omega = 2\pi f$$



**Harmonické oscilace – Mechanický lineární harmonický oscilátor**

Pohyb je udržován působením elastické (vratné) síly, která je přímo úměrná výchylce z rovnovážné polohy a působí proti výchylce.

Pohyb je **periodický** – **harmonický**  
Úhlová frekvence  $\omega$  je konstantní  
Parametr  $k$  vyjadřuje tuhost oscilační vazby  
**Lineární** – 1D –  $u$  - **výchylka**

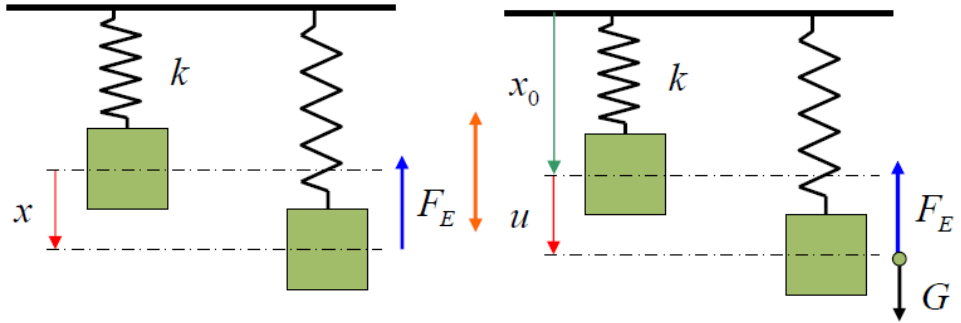
$$F_e = -ku$$



# Kmity



$$F_e = -ku$$



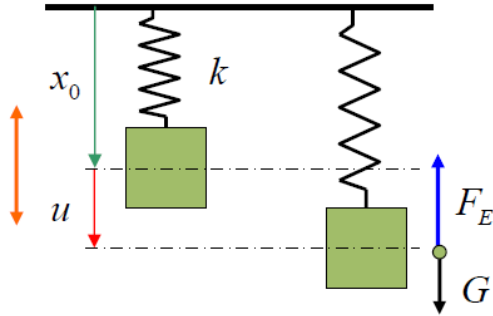
Pokud zanedbáme tření a uvažujeme pouze konzervativní vratnou sílu  $F_e$   
A konzervativní tíhovou sílu  $G = mg$

$$G = mg = -F_e = kx_0 \quad \Rightarrow \quad x_0 = \frac{mg}{k}$$

$$F = -kx + mg = -k\left(x - \frac{mg}{k}\right) = -k(x - x_0) = -ku$$

$$F = ma = -ku \quad \Rightarrow \quad m \frac{d^2u}{dt^2} + ku = 0 \quad \Rightarrow \quad u = A \sin(\omega_0 t + \varphi)$$

# Kmity



$$u = A \sin(\omega_0 t + \varphi)$$

$u$  – okamžitá výchylka  
 $A$  – amplituda  
 $\omega_0$  - úhlová frekvence  
 $\varphi$  – počáteční fáze

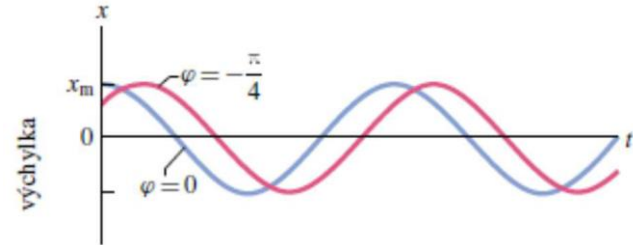
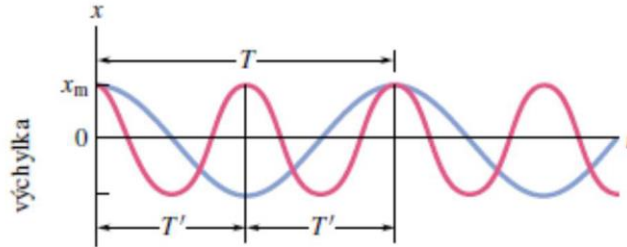
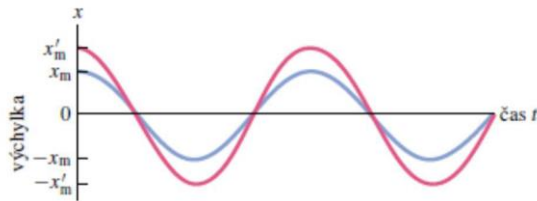
$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$f = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

$A$  – amplituda

$T$  - perioda

$\varphi$  – počáteční fáze



# Kmity

$$u = A \sin(\omega_0 t + \varphi)$$

Okamžitá výchylka

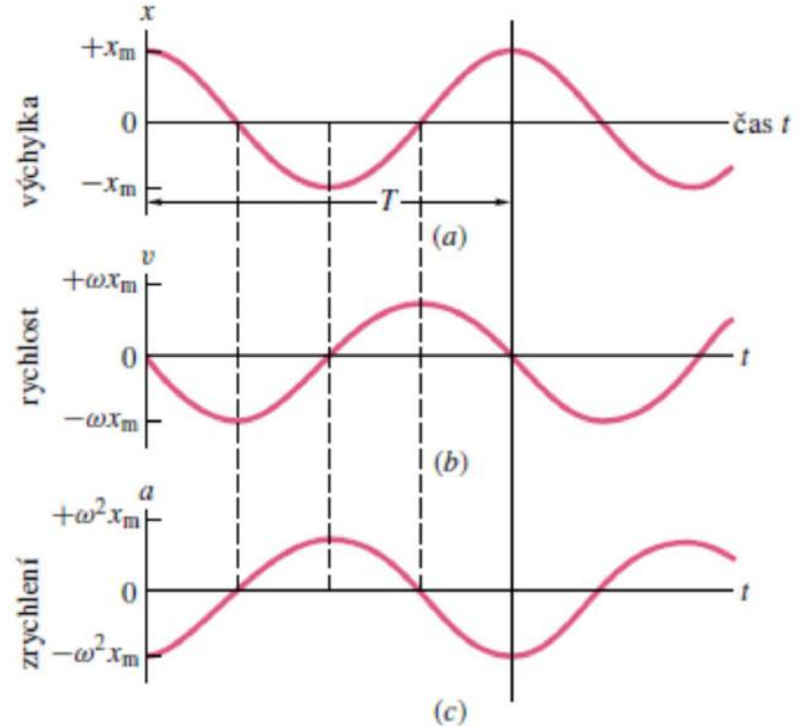
$$v = \frac{du}{dt} = A\omega_0 \cos(\omega_0 t + \varphi)$$

Rychlost

$$a = \frac{dv}{dt} = -A\omega_0^2 \sin(\omega_0 t + \varphi)$$

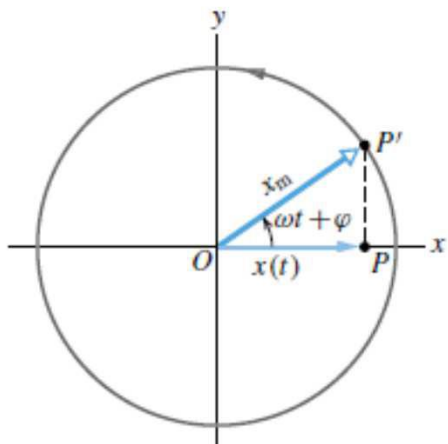
Zrychlení

$$a = -\omega_0^2 u$$

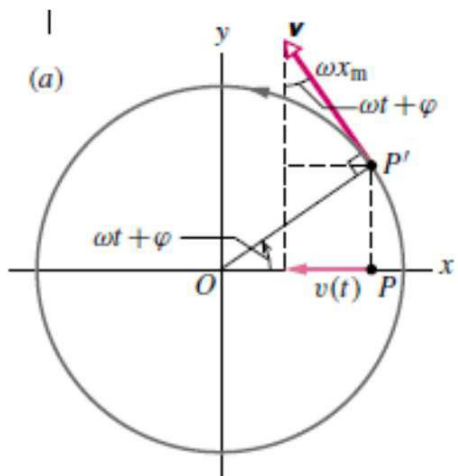


# Kmity- analogie pohybu po kružnici

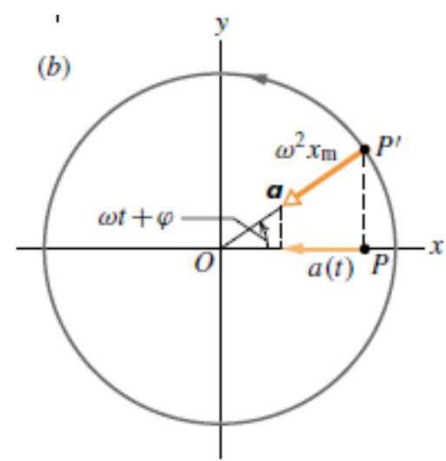
Poloha



Rychlost



Zrychlení



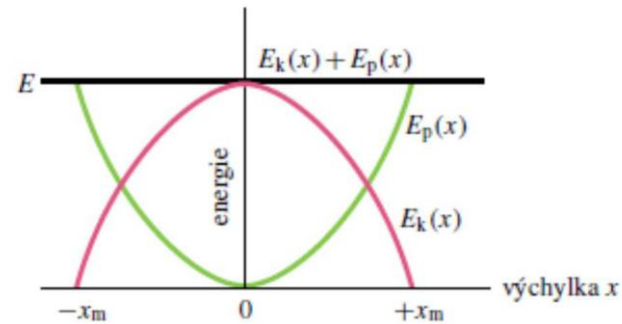
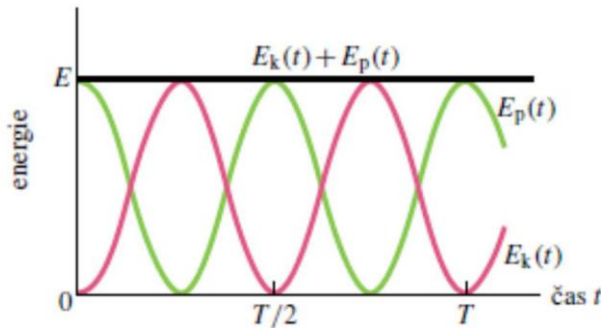


# Kmity- energie

Dvojnásobná frekvence !

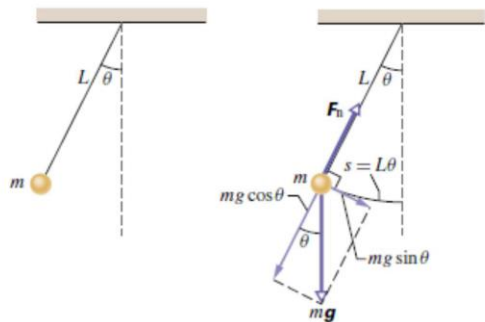
**Kinetická energie**  $W_K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mA^2\omega_0^2 \cos^2(\omega_0 t + \varphi)$

**Potenciální energie**  $W_P = -\int_0^u F du = \int_0^u ku du = \frac{1}{2}ku^2 = \frac{1}{2}mA^2\omega_0^2 \sin^2(\omega_0 t + \varphi)$

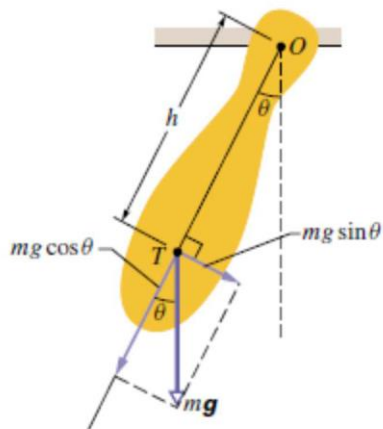


$$W_M = W_K + W_P = \frac{1}{2}mA^2\omega_0^2 = \frac{1}{2}mv_{\max}^2$$

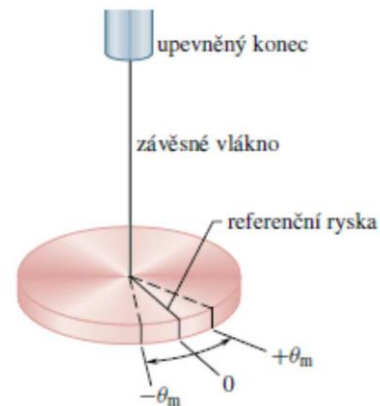
# Kyvadla



$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$



$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgh}}$$



$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{\chi}}$$

$$M = -\chi\theta$$