

## Nové možnosti rozvoje vzdělávání na Technické univerzitě v Liberci

Specifický cíl A2: Rozvoj v oblasti distanční výuky, online výuky a blended learning

NPO\_TUL\_MSMT-16598/2022



# Staticky neurčitý nosník

Ing. Josef Žák, Ph.D.



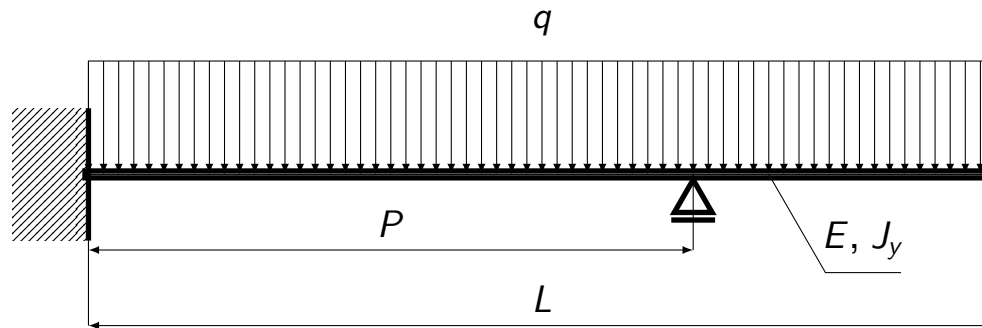
Funded by  
the European Union  
NextGenerationEU



CZECH  
RECOVERY  
PLAN

MSMT  
MINISTRY OF EDUCATION,  
YOUTH AND SPORTS

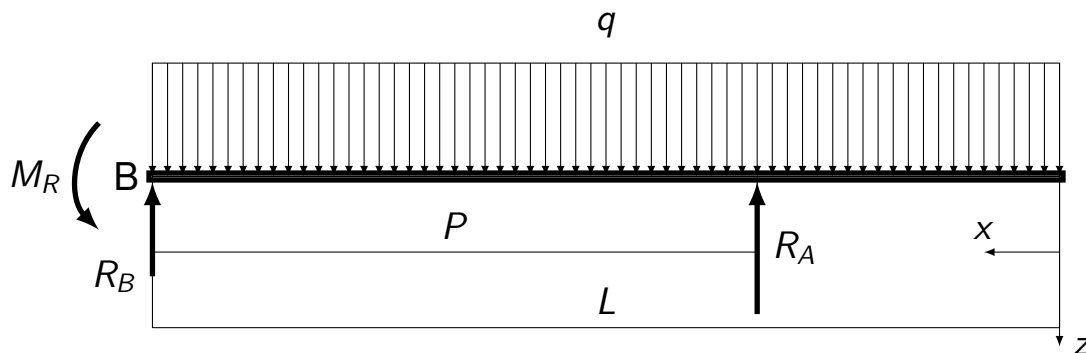
Dáno:  $E$ ,  $J_y$ ,  $q$ ,  $L$  a  $P$  jako proměnný parametr



Určete:

1. průhybovou křivku v podobě  $w = w(x, P, q)$ .
2. průběh ohybového momentu v podobě  $M = M(x, P, q)$ .

Uvolnění (nahrazení vazeb reakcemi):



Napište rovnice rovnováhy. Použijte 'RA' pro  $R_A$ , znak '^' pro mocninu atd.

do směru  $z$ :

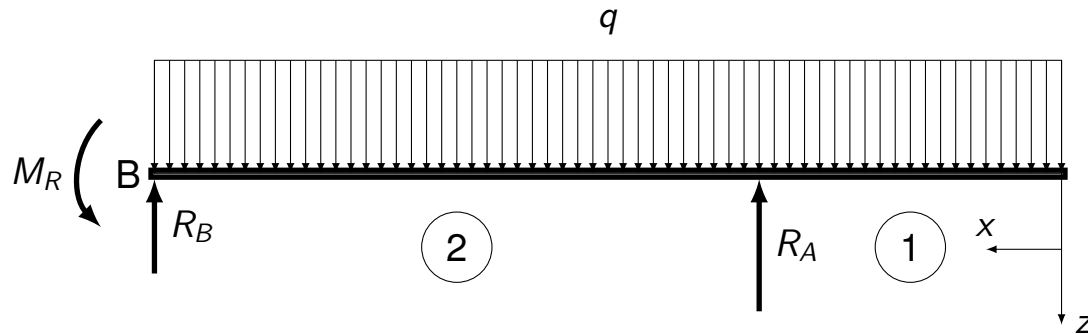
--	--

kolem osy  $y$  v bodě  $B$ :

--	--

2 lineárně nezávislé rovnice pro 3 neznámé  $\implies$  jednou staticky neurčitá úloha

Stanovení ohybového momentu:



Napište funkce pro průběh ohybového momentu  $M_o(x)$ :

použijte metodu řezu zprava

v úseku 1:  $M_{o,1} =$

v úseku 2:  $M_{o,2} =$

## Řešení pomocí Bernoulliho diferenciální rovnice průhybové čáry

obecně:  $\frac{d^2 w}{dx^2} =$

Vyjádření Bernoulliho diferenciální rovnice v jednotlivých úsecích:

úsek 1:  $\frac{d^2 w_1}{dx^2} =$

úsek 2:  $\frac{d^2 w_2}{dx^2} =$

Vztahy pro  $\varphi = \frac{dw}{dx}$ :

úsek 1:  $\varphi_1 = C_{11} +$

úsek 2:  $\varphi_2 = C_{21} +$

Vztahy pro  $w = \int \varphi(x) dx$ :

úsek 1:  $w_1 = C_{12} + C_{11} \cdot x +$

úsek 2:  $w_2 = C_{22} + C_{21} \cdot x +$

Okrajové podmínky: řešte problém pro následující OP:

$$x = L :$$

$$w_2(L) = 0$$

$$\varphi_2(L) = 0$$

$$x = L - P :$$

$$w_2(L - P) = w_1(L - P)$$

$$\varphi_2(L - P) = \varphi_1(L - P)$$

$$x = L - P :$$

$$w_2(L - P) = 0$$

Řešte soustavu 5 rovnic pro neznámé  $C_{11}$ ,  $C_{12}$ ,  $C_{21}$ ,  $C_{22}$  a  $R_A$ .

Zadejte vyřešenou hodnotu  $R_A$ :

$$R_A(q, P, L) =$$

Hodnoty jednotlivých integračních konstant:

$$C_{11} = \frac{q}{E \cdot J_y} \cdot \left( \frac{P^3}{16} - \frac{P^2 \cdot L}{4} + \frac{3 \cdot L^2 \cdot P}{8} - \frac{L^3}{6} \right)$$
$$C_{12} = \frac{q}{E \cdot J_y} \cdot \left( \frac{P^4}{48} - \frac{7 \cdot P^3 \cdot L}{48} + \frac{3 \cdot P^2 \cdot L^2}{8} - \frac{3 \cdot P \cdot L^3}{8} + \frac{L^4}{8} \right)$$
$$C_{21} = \frac{q}{E \cdot J_y} \cdot \left( \frac{P^2 \cdot L}{8} - \frac{9 \cdot P \cdot L^2}{16} - \frac{3 \cdot L^4}{8 \cdot P} + \frac{5 \cdot L^3}{6} \right)$$
$$C_{22} = \frac{q}{E \cdot J_y} \cdot \left( \frac{P^4}{48} - \frac{7 \cdot P^3 \cdot L}{48} + \frac{3 \cdot P^2 \cdot L^2}{8} - \frac{3 \cdot P \cdot L^3}{8} + \frac{L^4}{8} \right)$$

Jejich dosazením do vztahů pro  $w_1$  a  $w_2$  dostaneme rovnice průhybové čáry v jednotlivých úsecích.

## Grafické znázornění řešení