

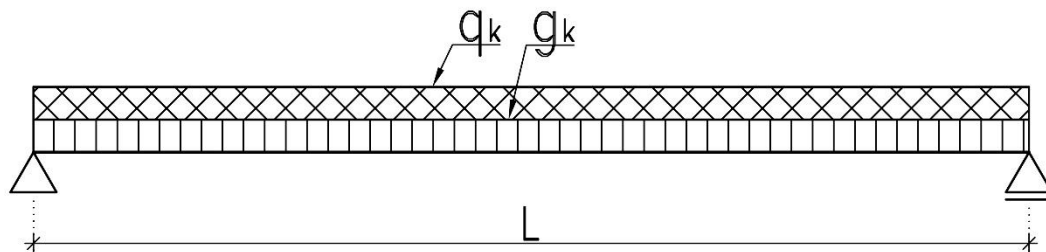
KOVOVÉ A DŘEVĚNÉ KONSTRUKCE 2 - CVIČENÍ -

2. Dřevěné konstrukce

Návrh a posouzení dřevěného stropního nosníku

Zadání příkladu

Navrhněte a posuďte dřevěný stropní nosník zatížený podle obrázku. Charakteristická hodnota stálého a dlouhodobého zatížení je $g_k = c \cdot 0,8 \text{ kN/m}$, charakteristická hodnota střednědobého proměnného zatížení je $q_k = b \cdot 2 \text{ kN/m}$. Rozpětí nosníku uvažujte $L = a \cdot 5 \text{ m}$. Materiál dřeva uvažujte dle koeficientu A resp. B. Nosník je umístěný v interiéru rodinného domu a je souvisle příčně držen stropní konstrukcí. Posuďte MSÚ i MSP.



- rozpětí nosníku: $L = a \cdot 5 \text{ m}$
- materiál dřeva: A ... rostlé dřevo třídy C24
B ... lepené lamelové dřevo třídy GL24h

Zatížení

- charakteristické zatížení:

- stálé a dlouhodobé zatížení: $g_k = c \cdot 0,8$ [kN/m]

- proměnné zatížení: $q_k = b \cdot 2,0$ [kN/m]

- součinitele zatížení:

- stálé a dlouhodobé zatížení: $\gamma_g = 1,35$

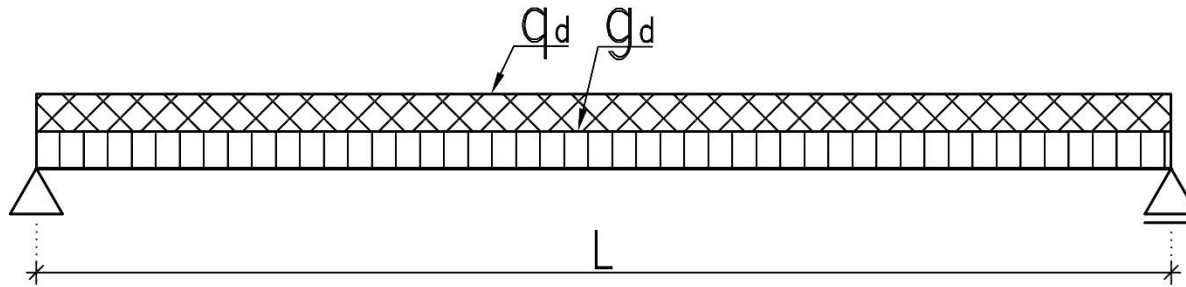
- proměnné zatížení: $\gamma_q = 1,50$

- návrhové zatížení:

- stálé a dlouhodobé zatížení: $g_d = \gamma_g \cdot g_k = 1,35 \cdot c \cdot 0,8$ [kN/m]

- proměnné zatížení: $q_d = \gamma_q \cdot q_k = 1,50 \cdot b \cdot 2,0$ [kN/m]

Vnitřní síly



- Návrhový ohybový moment:

$$M_{Ed} = \frac{1}{8} \cdot (g_d + q_d) \cdot l^2 \quad [\text{kNm}]$$

- Návrhová posouvající síla:

$$V_{Ed} = \frac{1}{2} \cdot (g_d + q_d) \cdot l \quad [\text{kN}]$$

Poznámka: při výpočtu vnitřních sil zanedbáme účinky od vlastní tíhy nosníku.

Charakteristiky materiálu: rostlé dřevo x lepené lamelové dřevo

Rostlé dřevo

- (masivní dřevo, hraněné řezivo)
- téměř v surovém stavu – pouze opracované na potřebný rozměr a vysušené na patřičnou vlhkost dle použití konstrukce

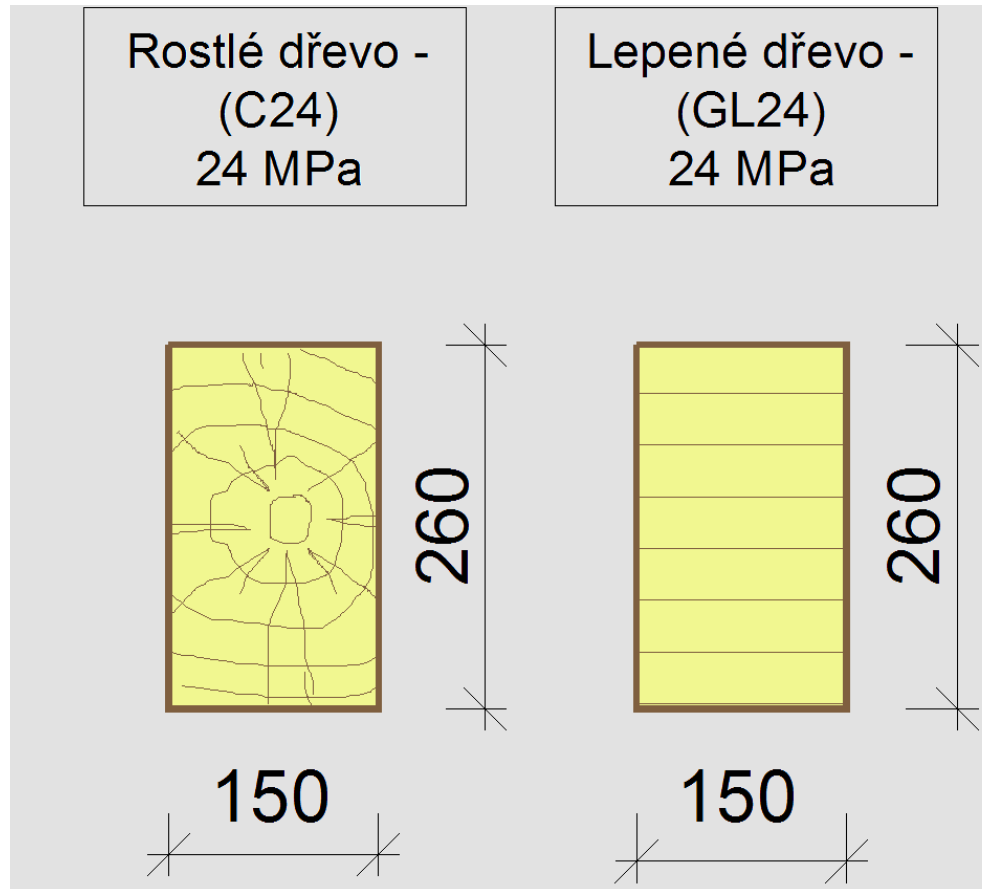


Lepené lamelové dřevo

- proces úpravy dřeva na poměrně tenké lamely (prkna nebo fošny) a jejich spojování lepením na potřebný rozměr konstrukčního prvku =>
- odstranění přirozených vad, možnost vytvoření téměř libovolného tvaru
- zubovitý sraz – lepení
- náročnost této technologie se projevuje téměř v pětinasobné ceně za měrnou objemovou jednotku)



Charakteristiky materiálu: rostlé dřevo x lepené lamelové dřevo



Poznámka: uvedený rozměr průřezu 260x150 mm je pouze jako příklad

Charakteristiky materiálu

- charakteristické hodnoty pevnosti a materiálové vlastnosti pro **rostlé dřevo třídy C24** a pro **lepené lamelové dřevo třídy GL24h** (materiál máte dle koeficientu zadání A nebo B):

	Rostlé dřevo C 24	Lepené lamelové dřevo GL24h
Pevnost v ohybu	$f_{m,k} = 24,0 \text{ MPa}$	$f_{m,g,k} = 24,0 \text{ MPa}$
Pevnost ve smyku	$f_{v,k} = 4,0 \text{ MPa}$	$f_{v,g,k} = 2,7 \text{ MPa}$
Modul pružnosti	$E_{0,mean} = 11\ 000 \text{ MPa}$	$E_{0,g,mean} = 11\ 600 \text{ MPa}$
Dílčí součinitel materiálu	$\gamma_M = 1,3$	$\gamma_M = 1,25$
Modifikační součinitel	$k_{mod} = 0,8$	$k_{mod} = 0,8$
Součinitel dotvarování	$k_{def} = 0,6$	$k_{def} = 0,6$

Poznámka 1: charakteristiky rostlého dřeva byly převzaty z EN338 a charakteristiky lepeného lamelového dřeva byly převzaty z ČSN EN 1194.

Poznámka 2: hodnoty modifikačního součinitele k_{mod} a součinitele dotvarování k_{def} byly určeny na základě třídy provozu (zde třída provozu 1, která je charakterizována vlhkostí materiálů odpovídající teplotě 20 °C a relativní vlhkostí okolního vzduchu 65 % po většinu času) a délky trvání zatížení (zde střednědobé zatížení) dle ČSN EN 1994.

Návrhové hodnoty pevnosti dřeva

- návrhová hodnota pevnosti dřeva (v ohybu, smyku apod.) se obecně vypočte jako:

$$f_d = k_{mod} \cdot \frac{f_k}{\gamma_M} \quad [\text{MPa}]$$

- pro **rostlé dřevo** se návrhové hodnoty pevnosti vypočítají:

- návrhová pevnost v ohybu: $f_{m,d} = k_{mod} \cdot \frac{f_{m,k}}{\gamma_M} \quad [\text{MPa}]$

- návrhová pevnost ve smyku: $f_{v,d} = k_{mod} \cdot \frac{f_{v,k}}{\gamma_M} \quad [\text{MPa}]$

- pro **lepené lamelové dřevo** se návrhové hodnoty pevnosti vypočítají:

- návrhová pevnost v ohybu: $f_{m,g,d} = k_{mod} \cdot \frac{f_{m,g,k}}{\gamma_M} \quad [\text{MPa}]$

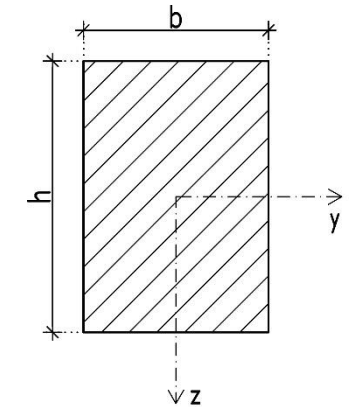
- návrhová pevnost ve smyku: $f_{v,g,d} = k_{mod} \cdot \frac{f_{v,g,k}}{\gamma_M} \quad [\text{MPa}]$

kde: $f_{m,k}; f_{v,k}$... charakteristické hodnoty pevnosti pro rostlé dřevo (viz strana 7)
 $f_{m,g,k}; f_{v,g,k}$... charakteristické hodnoty pevnosti pro lepené lam. dřevo (viz str. 7)
 k_{mod} ... modifikační součinitel pro rostlé a lepené lam. dřevo (viz str. 7)
 γ_M ... dílčí součinitel materiálu pro rostlé a lepené lam. dřevo (viz str. 7)

Návrh průřezu nosníku

Průřez nosníku navrhujeme jako obdélníkový o rozměrech $h \times b$, kde h je výška průřezu a b je šířka průřezu. Budeme uvažovat, že šířka průřezu je rovna cca dvěma třetinám výšky (tedy: $b \approx 2/3 \cdot h$)

Ze vztahů pro posouzení MSÚ a MSP odhadneme minimální potřebnou výšku průřezu h_{min} :



1) Minimální potřebná výška průřezu určená z podmínky pro MSÚ:

$$h_{min,1} \geq \sqrt[3]{\frac{9 \cdot M_{Ed}}{f_{m,d}}} \quad [\text{mm}]$$

kde: M_{Ed} ... návrhový ohybový moment od zatížení
dosadíme v Nmm (tedy hodnotu ohyb. momentu v kNm vynásobíme 1 000 000)

$f_{m,d}$... návrhová pevnost v ohybu (pokud máme rostlé dřevo, dosadíme $f_{m,d}$; pokud máme lepené lamelové dřevo, dosadíme $f_{m,g,d}$);
dosadíme v MPa

Poznámka: potřebná výška průřezu je odvozena ze vztahu pro posouzení ohybové únosnosti průřezu a předpokladu, že $b = 2/3 \cdot h$.

Návrh průřezu nosníku ... pokračování

2) Minimální potřebná výška průřezu určená z podmínky pro MSP:

$$h_{min,2} \geq \sqrt[4]{\frac{27000}{384} \cdot \frac{q_k \cdot L^3}{E_{0,mean}}} \quad [\text{mm}]$$

kde: q_k ... charakteristická hodnota proměnného zatížení, dosadíme v kN/m

L ... rozpětí nosníku, dosadíme v mm

$E_{0,mean}$... modul pružnosti dřeva (pokud máme rostlé dřevo, dosadíme

$E_{0,mean}$; pokud máme lepené lamelové dřevo, dosadíme

$E_{0,g,mean}$), dosadíme v MPa

Poznámka: potřebná výška průřezu je odvozena ze vztahu pro posouzení svislého průhybu od účinků proměnného zatížení a předpokladu, že $b = 2/3 \cdot h$.

Návrh průřezu nosníku... pokračování

Minimální potřebnou výšku průřezu určíme jako větší z hodnot $h_{min,1}$ a $h_{min,2}$, tedy:

$$h_{min} = \max(h_{min,1}; h_{min,2}) \quad [\text{mm}]$$

Výšku průřezu h pak zvolíme ještě o něco větší než je vypočtená hodnota h_{min} , abychom pokryli zatížení od vlastní tíhy nosníku. Šířku průřezu b určíme přibližně jako: $b = 2/3 \cdot h$.

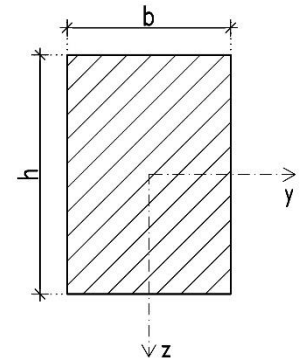
Tedy například, pokud $h_{min,1}$ vyšlo 192 mm a $h_{min,2}$ vyšlo 197 mm, pak:

$$h_{min} = \max(h_{min,1}; h_{min,2}) = (192; 197)$$

$$h_{min} = 197 \text{ mm}$$

výšku průřezu h zvolíme: $h = 220 \text{ mm} (> 197 \text{ mm})$

šířku průřezu pak bude: $b \approx 2/3 \cdot h = 2/3 \cdot 220 = 147 \text{ mm}$, po zaokrouhlení nahoru: $b = 150 \text{ mm}$



Výpočet průřezových charakteristik

Plocha průřezu: A [mm²]

$$A = h \cdot b$$

Efektivní plocha průřezu: A_{eff} [mm²]

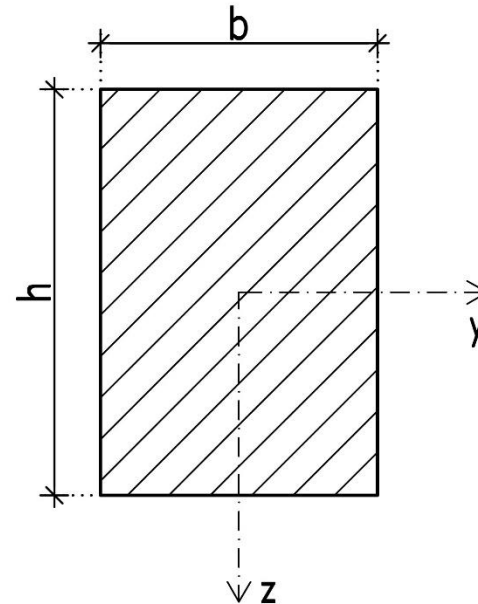
$$A_{eff} = \frac{2}{3} \cdot h \cdot b$$

Průřezový modul k ose y : $W_{el,y}$ [mm³]

$$W_y = \frac{1}{6} \cdot b \cdot h^2$$

Moment setrvačnosti k ose y : I_y [mm⁴]

$$I_y = \frac{1}{12} \cdot b \cdot h^3$$



Posouzení mezního stavu únosnosti (MSÚ)

1) Posouzení únosnosti v ohybu

- aby průřez vyhověl, musí být splněna podmínka:

$$\sigma_{m,d} \leq f_{m,d}$$

- kde: $\sigma_{m,d}$... návrhové napětí za ohybu; vypočte se jako:

$$\sigma_{m,d} = \frac{M_{Ed}}{W_y} \quad [\text{MPa}]$$

kde: M_{Ed} ... návrhový ohybový moment od veškerého zatížení;
dosadíme v Nmm (tedy hodnotu ohyb. momentu v kNm
vynásobíme 1 000 000)

W_y ... průřezový modul, dosadíme v mm^3

$f_{m,d}$... návrhová pevnost v ohybu (pokud máme rostlé dřevo, dosadíme $f_{m,d}$;
pokud máme lepené lamelové dřevo, dosadíme $f_{m,g,d}$);
dosadíme v MPa

Posouzení mezního stavu únosnosti (MSÚ) ... pokračování

2) Posouzení únosnosti ve smyku

- aby průřez vyhověl, musí být splněna podmínka:

$$\tau_d \leq f_{v,d}$$

- kde: τ_d ... návrhové napětí ve smyku; vypočte se jako:

$$\tau_d = \frac{3}{2} \cdot \frac{V_{Ed}}{A_{eff}} \quad [\text{MPa}]$$

kde: V_{Ed} ... návrhová posouvající síla od veškerého zatížení;
dosadíme v N (tedy hodnotu posouvající síly v kN
vynásobíme 1 000)

A_{eff} ... efektivní plocha průřezu, dosadíme v mm^2

$f_{v,d}$... návrhová pevnost ve smyku (pokud máme rostlé dřevo, dosadíme $f_{v,d}$;
pokud máme lepené lamelové dřevo, dosadíme $f_{v,g,d}$);
dosadíme v MPa

Posouzení mezního stavu použitelnosti (MSP)

- okamžitý svislý průhyb od stálého zatížení:

$$u_{inst,G} = \frac{5}{384} \cdot \frac{g_k \cdot L^4}{E_{0,mean} \cdot I_y} \quad [\text{mm}]$$

- okamžitý svislý průhyb od proměnného zatížení:

$$u_{inst,Q} = \frac{5}{384} \cdot \frac{q_k \cdot L^4}{E_{0,mean} \cdot I_y} \quad [\text{mm}]$$

- kde: g_k ... charakteristická hodnota stálého zatížení, dosadíme v kN/m
- q_k ... charakteristická hodnota proměnného zatížení, dosadíme v kN/m
- L ... rozpětí nosníku, dosadíme v mm
- $E_{0,mean}$... modul pružnosti dřeva (pokud máme rostlé dřevo, dosadíme $E_{0,mean}$; pokud máme lepené lamelové dřevo, dosadíme $E_{0,g,mean}$), dosadíme v MPa
- I_y ... moment setrvačnosti, dosadíme v mm⁴

Posouzení mezního stavu použitelnosti (MSP)

- konečný svislý průhyb od stálého zatížení:

$$u_{fin,G} = u_{inst,G} \cdot (1 + k_{def}) \quad [\text{mm}]$$

- konečný svislý průhyb od proměnného zatížení:

$$u_{fin,Q} = u_{inst,Q} \cdot (1 + \psi_2 \cdot k_{def}) \quad [\text{mm}]$$

- kde: $u_{inst,G}$... okamžitý svislý průhyb od stálého zatížení [mm], viz str. 15
- $u_{inst,Q}$... okamžitý svislý průhyb od proměnného zatížení [mm], viz str. 15
- k_{def} ... součinitel dotvarování pro rostlé nebo lepené lam. dřevo (viz str. 7)
- ψ_2 ... součinitel kombinace pro užitné zatížení (kategorie A, obytné budovy); $\psi_2 = 0,3$

Posouzení mezního stavu použitelnosti (MSP)

- konečný celkový svislý průhyb od stálého a proměnného zatížení:

$$u_{fin} = u_{fin,G} + u_{fin,Q} \quad [\text{mm}]$$

- kde: $u_{fin,G}$... konečný svislý průhyb od stálého zatížení [mm], viz str. 16
- $u_{fin,Q}$... konečný svislý průhyb od proměnného zatížení [mm], viz str. 16

Aby nosník vyhověl z hlediska MSP, musí být splněny **2 podmínky**:

- 1) konečný celkový průhyb u_{fin} musí být menší než limitní hodnota $u_{lim,1}$:**

$$u_{fin} \leq u_{lim,1} \quad [\text{mm}]$$

$$\text{kde: } u_{lim,1} = \frac{L}{250} \quad [\text{mm}] \quad (L \dots \text{ rozpětí nosníku v mm})$$

- 2) okamžitý průhyb od proměnného zatížení $u_{inst,Q}$ musí být menší než limitní hodnota $u_{lim,2}$:**

$$u_{inst,Q} \leq u_{lim,2} \quad [\text{mm}]$$

$$\text{kde: } u_{lim,2} = \frac{L}{300} \quad [\text{mm}] \quad (L \dots \text{ rozpětí nosníku v mm})$$