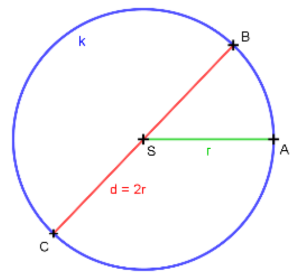
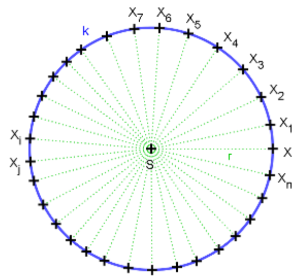
2.3 Rovinné geometrické útvary

2.3.1 Kružnice



Definice 2.1:
Kružnicí nazýváme množinu všech bodů roviny, které mají konstantní vzdálenost $r > 0$ od pevného bodu S. Bod S se nazývá **střed kružnice**, kladné reálné číslo r nazýváme **poloměr** kružnice. Zapisujeme k (S, r). Číslo $2r$ (případně úsečka o délce $2r$ procházející středem kružnice) se nazývá **průměr** kružnice a označuje se d.

Kružnici můžeme definovat ještě např. i následovně:



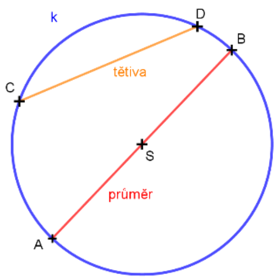
Definice 2.2:
V rovině je dán bod S a kladné reálné číslo r. Množina všech bodů X roviny, pro které platí $|SX| = r$, se nazývá **kružnice** k se středem S a s poloměrem r.

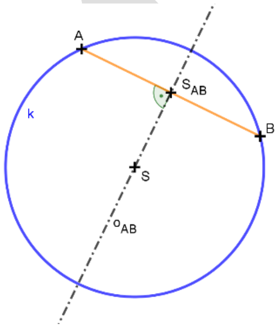
2.3.1.1 Souměrnost kružnice

- Kružnice je souměrná podle svého středu S.
- Kružnice je souměrná podle každé přímky p, která prochází jejím středem S.

2.3.1.2 Tětiva kružnice

- Úsečka, jejíž oba krajní body leží na kružnici, se nazývá **tětiva** kružnice (průměr je nejdelší tětiva kružnice).
- Osa o_{AB} tětivy AB kružnice k (S, r) prochází středem S kružnice k. Obrácené platí, že kolmice o_{AB} vedená středem S kružnice k k její tětivě AB je osou této tětivy, tzn. že tuto tětivu půlí.

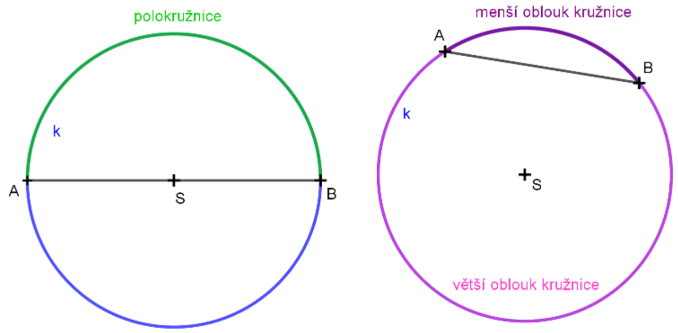




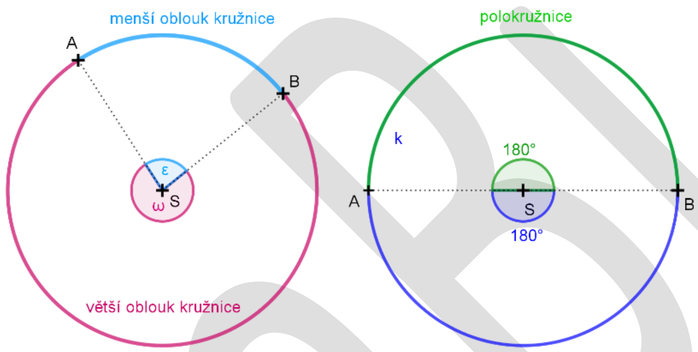
2.3.1.3 Oblouk kružnice, středový a obvodový úhel

Obloukem kružnice (**kružnicovým obloukem**) nazýváme souvislou část kružnice ohraničenou jejími dvěma různými body, např. body A, B.

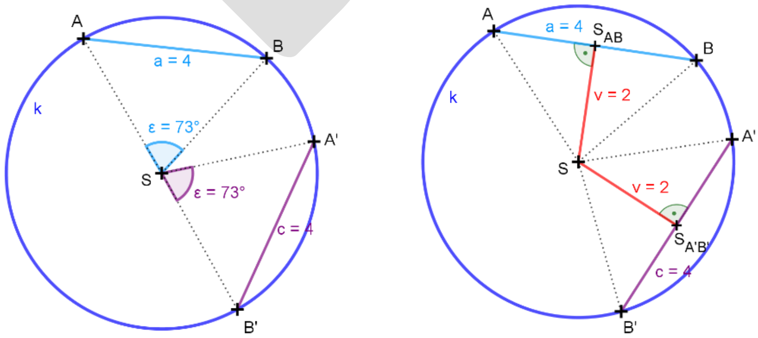
- Body A, B se nazývají **krajní body oblouku**.
- Každé dva různé body kružnice dělí kružnici na dva oblouky.
- Je-li úsečka AB průměr kružnice, říkáme oblouku **polokružnice**.
- Není-li úsečka AB průměr kružnice, pak oblouk ležící v polorovině ABS s hraniční přímkou AB se nazývá **větší oblouk kružnice** a zbývající část kružnice je **menší oblouk kružnice**.



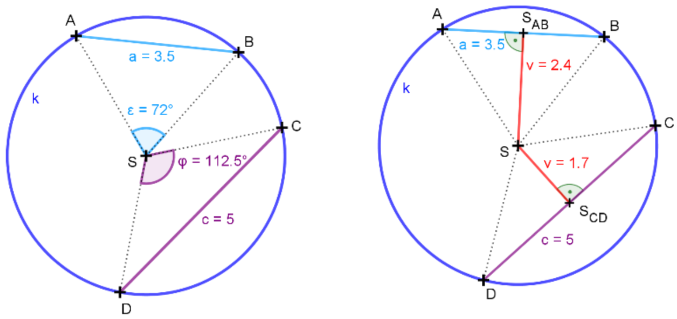
- Menší oblouk kružnice leží v konvexním úhlu ∠ *ASB*, který se nazývá **středový úhel příslušný k menšímu oblouku *AB***. K většímu oblouku *AB* přísluší nekonvexní středový úhel ∠ *ASB*. K polokružnici sestrojené nad průměrem *AB* přísluší přímý úhel ∠ *ASB*.



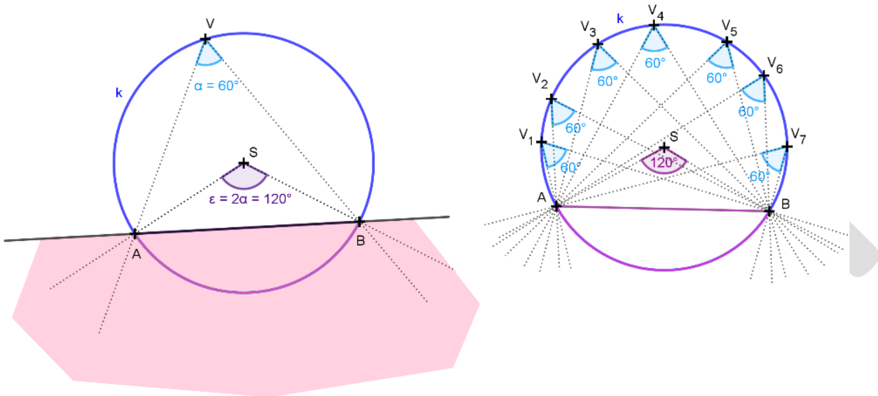
- K tětivě *AB* kružnice přísluší jediný středový úhel:
  - jestliže *AB* není průměr, potom je to úhel ∠ *ASB*;
  - je-li *AB* průměr, pak je to jeden ze zvolených přímých úhlů ∠ *ASB.*
- Ke shodným tětivám *AB* ≅ *A´B´* kružnice *k* (*S, r*) přísluší shodné odpovídající středové úhly ∠ *ASB* ≅ ∠ *A´SB´*. Obráceně, ke shodným konvexním nebo přímým středovým úhlům kružnice přísluší shodné tětivy.
- Shodné tětivy *AB, A´B´* kružnice *k* (*S, r*) mají od jejího středu *S* vzdálenosti sobě rovné. Obráceně též platí, že pokud dvě tětivy *AB, A´B´* kružnice *k* (*S, r*) mají od jejího středu *S* rovnající se vzdálenosti, pak jsou tětivy *AB, A´B´* shodné.



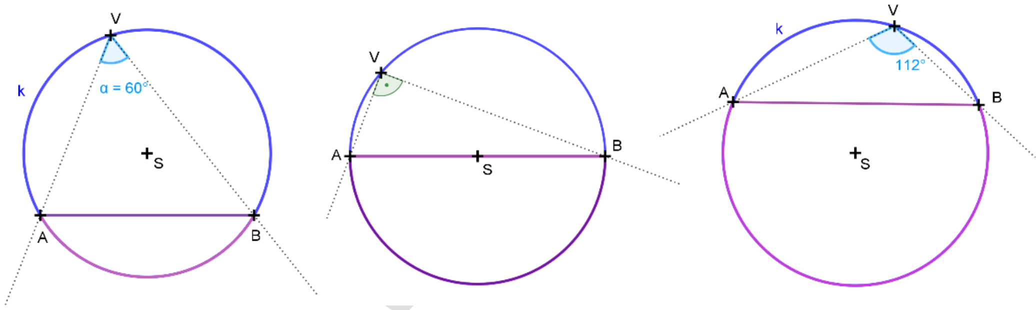
- K větší tětivě kružnice přísluší větší středový úhel. Obráceně, k většímu středovému úhlu přísluší v téže kružnici větší tětiva.
- Čím větší tětiva, tím má od středu *S* kružnice *k* (*S, r*) menší vzdálenost. Obráceně platí, že ta ze dvou tětiv kružnice, která je větší, má od středu *S* kružnice menší vzdálenost.



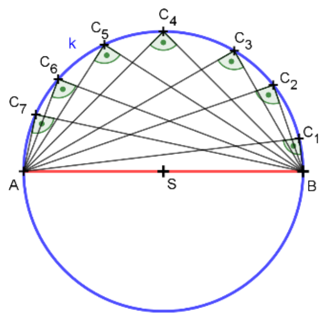
- Buď dána kružnice *k* (*S, r*) a na ní po řadě tři různé body *A, V, B*. Konvexní úhel ∠ *AVB* se nazývá **obvodový úhel** příslušný k tomu oblouku *AB* kružnice *k*, který leží v polorovině opačné k polorovině *ABV* s hraniční přímkou *AB*. Středový úhel ∠ *ASB*, který přísluší k témuž oblouku *AB*, je příslušný **středový úhel** k danému obvodovému úhlu ∠ *AVB*.
- Všechny obvodové úhly příslušné k témuž oblouku jsou navzájem shodné, velikost každého z nich je rovna polovině příslušného středového úhlu.



- Obvodové úhly nad menším obloukem jsou ostré, nad polokružnicí jsou pravé a nad větším obloukem jsou tupé. (Odtud plyne známá Thaletova věta).



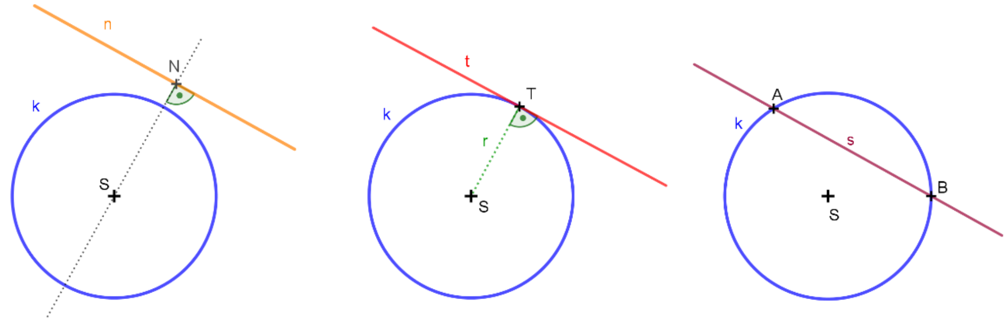
Thaletova věta: Všechny obvodové úhly sestrojené v kružnici nad jejím průměrem jsou pravé.



2.3.1.4 Vzájemná poloha kružnice a přímky

Přímka *p* může vzhledem ke kružnici *k* zaujímat 3 polohy:

- je **vnější přímkou (nesečnou)** kružnice *k*, nemá-li s kružnicí *k* žádný společný bod;
- je **tečnou** kružnice *k*, má-li s kružnicí *k* společný právě jeden bod (**bod dotyku**);
- je **sečnou** kružnice *k*, má-li s kružnicí *k* společné dva body (**průsečíky**).

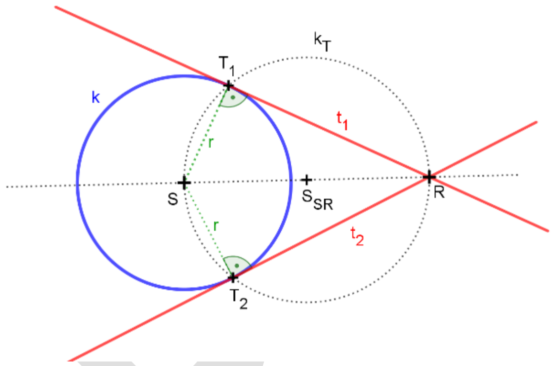


Má-li přímka *p* s kružnicí *k* dva různé společné body, říkáme, že kružnici v těchto dvou bodech **protíná**.

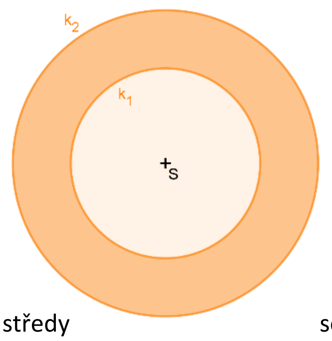
Má-li přímka *p* s kružnicí *k* společný právě jeden bod, říkáme, že se kružnice v tomto bodě **dotýká**.

2.3.1.5 Tečna ke kružnici

- tečna *t* kružnice *k* (*S, r*) je kolmá k poloměru dotykového bodu *T*, tj. $t \perp ST$;
- v každém bodě kružnice existuje právě jedna tečna;
- z vnějšího bodu lze ke kružnici sestrojit právě dvě tečny;
- Thaletovu kružnici používáme při konstrukci tečen kružnice z vnějšího bodu.



2.3.1.6 Dvě kružnice



Definice 2.3:
Dvě **kružnice** se společným středem se nazývají **soustředné**.

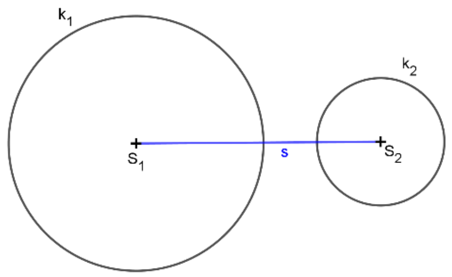
Definice 2.4:
Část roviny omezená dvěma soustřednými kružnicemi se nazývá **mezikruží**.

Definice 2.5:
Kružnice o různých středech se nazývají **nesoustředné**. Úsečka *s* spojující jejich středy se nazývá **středná**.

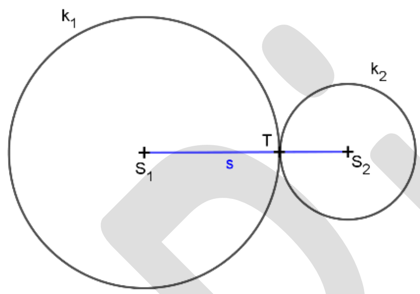
Vzájemná poloha dvou kružnic

Mějme dány dvě kružnice k_1 (S_1, r_1) a k_2 (S_2, r_2), kde $r_1 \neq r_2$ a kde $s = |S_1S_2|$, pak kružnice k_1, k_2 zaujímají právě jednu z těchto následujících poloh:

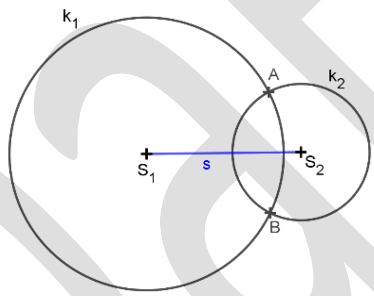
- ✖ $s > r_1 + r_2$ - kružnice nemají žádný společný bod a leží vně sebe



- ✖ $s = r_1 + r_2$ - kružnice mají jeden společný bod a dotýkají se vně

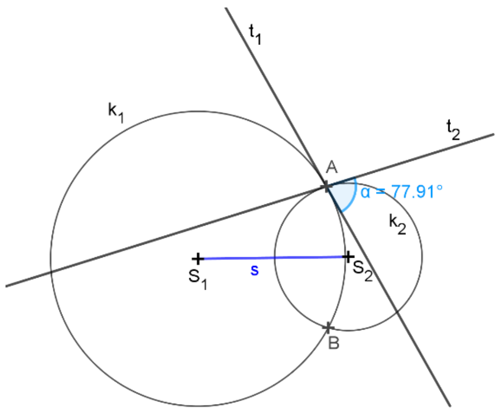


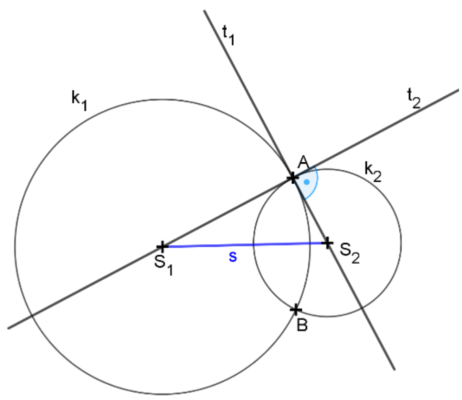
- ✖ $|r_1 - r_2| < s < r_1 + r_2$ - kružnice mají společné dva body a **protínají se.**



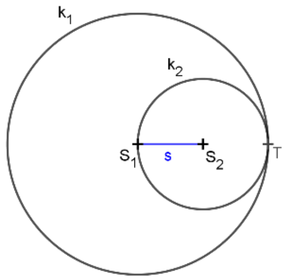
Úhel dvou protínajících se kružnic, který svírají tečny v jednom z průsečíků (pro oba průsečíky dostaneme shodné úhly), je ostrý nebo pravý.

Jestliže svírají tečny t_1, t_2 kružnic k_1, k_2 v jednom z průsečíků (a tím i obě kružnice) pravý úhel, říkáme, že **kružnice** jsou **kolmé** (**ortogonální**). Je zřejmé, že potom střed S_1 kružnice k_1 leží na tečně t_2 kružnice k_2 sestrojené v jejich průsečíku a rovněž střed S_2 kružnice k_2 leží na tečně t_1 kružnice k_1 sestrojené v jejich průsečíku.

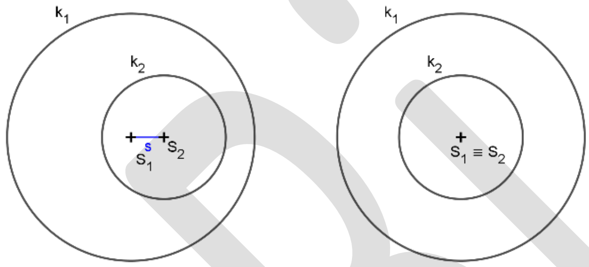




- $s = |r_1 - r_2|$ - kružnice mají jediný společný bod a **dotýkají se uvnitř**



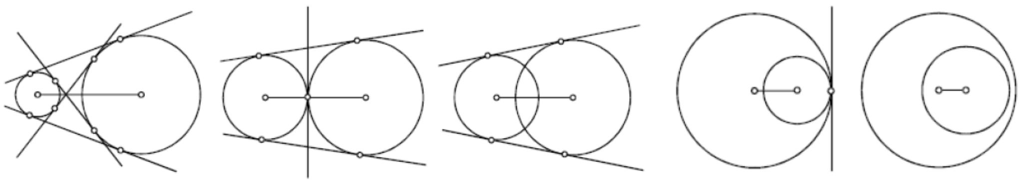
- $s < |r_1 - r_2|$ - kružnice nemají žádný společný bod a **jedna leží uvnitř druhé**
  - do této skupiny kružnic je možné zařadit i soustředné kružnice



Společné tečny dvou kružnic

Dvě kružnice s různými poloměry mohou mít následující počet společných tečen:

a) leží-li vně sebe, pak mají ***čtyři společné tečny***, dvě tečny se nazývají **vnitřní** a dvě **vnější**
b) mají-li vnější dotyk, pak existují ***tři společné tečny***, dvě vnější a jedna ve společném bodě dotyku
c) protínají-li se, pak existují ***dvě společné vnější tečny***
d) mají-li vnitřní dotyk, pak existuje ***jedna společná tečna*** ve společném bodě dotyku
e) leží-li jedna uvnitř druhé, pak ***neexistuje společná tečna***



2.3.1.7 Příklady na procvičování

<u>Příklad 2.8:</u>
Kružnice dělí rovinu na dvě části – část uvnitř kružnice a část vně kružnice. Na kolik částí dělí rovinu dvě kružnice s různými poloměry? Načrtněte ilustrační obrázek.

Příklad 2.9:

Určete největší počet částí, na které rozdělí rovinu tři kružnice. Načrtněte ilustrační obrázek.

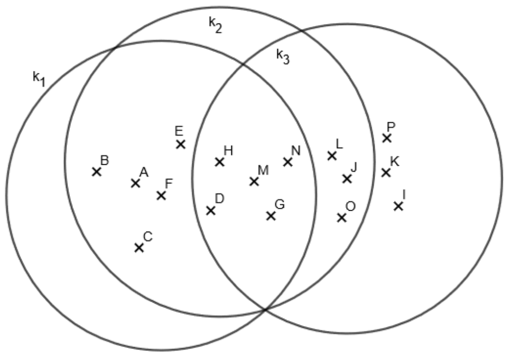
Příklad 2.10:

Na kružnici *k* (*S, r*) vyznačte tři různé body *A, B, C*. Kolik oblouků kružnice *k* je těmito body určeno? Oblouky kružnice vypište (např. oblouk *XYZ*) a vyznačte v ilustračním obrázku či ilustračních obrázcích.

Příklad 2.11:

Bez užití kružítka či pravítka zkuste odhadnout, které body jsou středy 3 daných kružnic k_1, k_2, k_3. Svůj odhad poté ověřte pomocí přesného sestrojení středů kružnic euklidovskými konstrukcemi.

Nápověda: K sestrojení středů kružnic euklidovskými konstrukcemi použijte libovolně zvolené tětivy kružnic.



Příklad 2.12:

Sestrojte kružnici *k* s poloměrem 3 cm, která prochází dvěma danými body *A, B*, přitom $|AB| = 4$ cm.

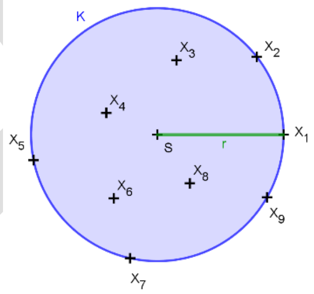
Příklad 2.13:

Jsou dány kružnice k_1 (S_1, r = 2 cm) a k_2 (S_2, r = 2 cm), kde $|S_1S_2|$ = 9 cm. Sestrojte kružnici k, která má střed S na přímce S_1S_2 a dotýká se dvou daných kružnic k_1, k_2. Určete počet řešení úlohy. Všechna možná řešení narýsujte.

2.3.2 Kruh

Definice 2.3:

Kruhem nazýváme množinu všech bodů v rovině, jejichž vzdálenost od pevného středu S je menší než poloměr $r > 0$, $r \in \mathbf{R}$, nebo je rovna poloměru r kružnice k (S, r). Kružnici k nazýváme **hraniční kružnicí** kruhu K (S, r).



Kruh může být definován ještě i jiným způsobem, např. následovně:

Definice 2.4:

V rovině je dán bod S a kladné reálné číslo r. Množina všech bodů X roviny, pro které platí, $|SX| \leq r$, se nazývá kruh K se středem S a s poloměrem r.

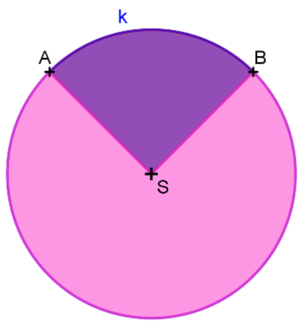
2.3.2.1 Části kruhu

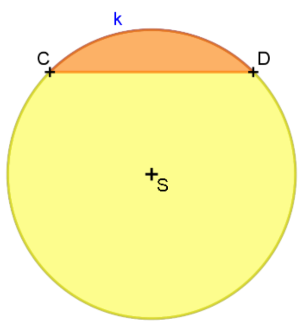
Definice 2.5:

Kruhovou výsečí rozumíme část kruhu omezenou dvěma poloměry a obloukem kružnice.

Definice 2.6:

Kruhovou úsečí rozumíme část kruhu omezenou tětivou a obloukem kružnice.



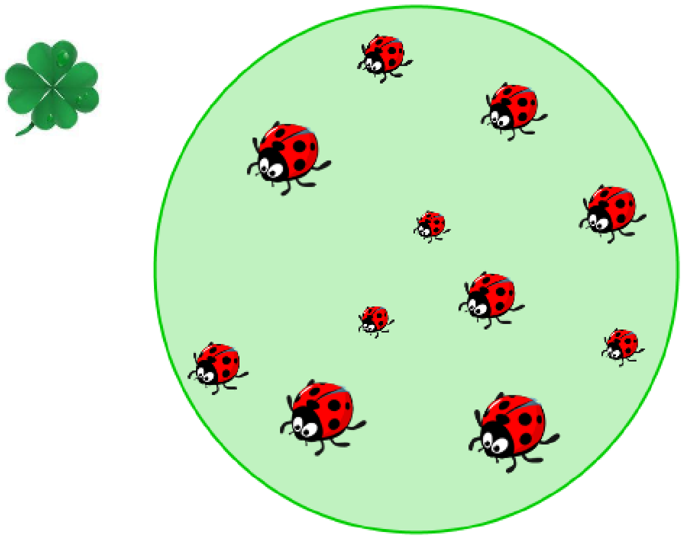


Příklad 2.14:

Narýsujte kruhovou výseč, která je jednou šestinou kruhu s poloměrem 2,5 cm.

Příklad 2.15:

Nakreslením čtyř tětiv dané kruhové louky rozdělte 11 slunéček sedmitečných do 11 samostatných přihrádek.



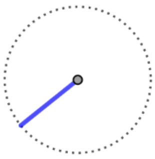
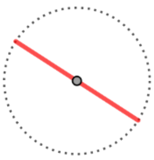
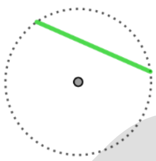
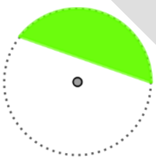
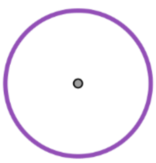
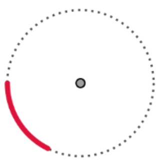
Příklad 2.16:

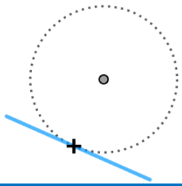
Kruhový srpek protněte dvěma přímkami tak, abyste jej rozdělili na 6 částí.

2.3.3 CLIL – Parts of a circle

A circle can be measured and divided in various ways. Each of these has a specific name and character.

Connect the particular figures with the corresponding names and descriptions.

	radius *The plural of radius is radii.*	The smaller of two parts of the circle created when divided by a chord.
	circumference	Any section of the circumference of a circle.
	sector	Any line segment that passes through the centre from one side of a circle to the other.
	chord	A straight line that touches the circle at a single point.
	tangent	The distance around the circle.
	arc	The amount of space inside a circle's circumference.

	area	Any line segment linking two points on a circle’s circumference, but not passing through its centre.
	segment	A “slice” of a circle. It is enclosed by two radii and an arc.
	diameter	Any line segment from the centre of a circle to its circumference.