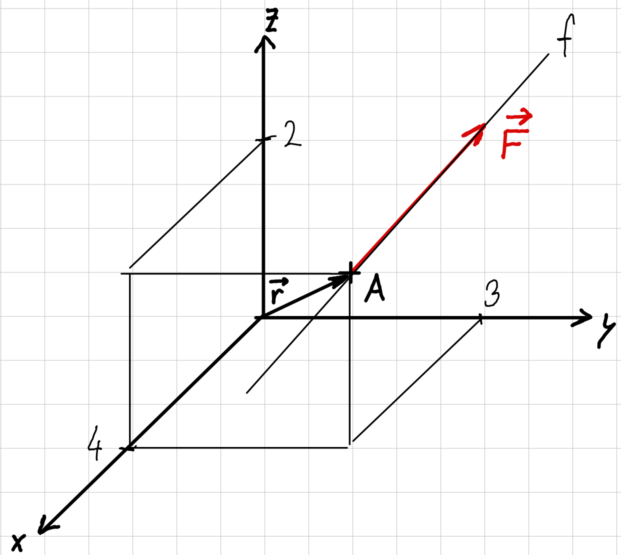


Dáno: • $|\vec{F}| = 50\ N$, působiště síly $A = [4, 3, 2]\ m$
• směr je dán nositelkou síly $\vec{F}$, která je popsaná směrovými úhly $\alpha_f = 60°$, $\beta_f = 40°$, $\gamma_f < 90°$

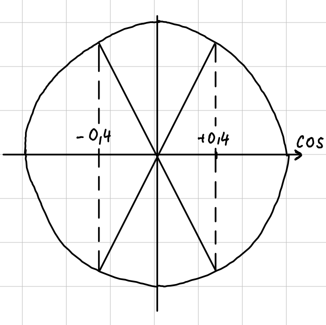
Určit: • moment síly k souř. osám x, y, z
• moment síly k ose o (osa zadaná později)

1) Dopočítáme úhel γ_f

pro směrové cosiny platí: $\boxed{\cos^2\alpha_f + \cos^2\beta_f + \cos^2\gamma_f = 1}$

z toho odvodíme $\cos\gamma_f = \pm\sqrt{1 - \cos^2\alpha_f - \cos^2\beta_f}$

$\cos\gamma_f = \pm\ 0,4040$



Při pohledu na jednotkovou kružnici zjistíme, že je zde více úhlů, pro které platí $\cos = \pm 0,4$.
Pokud zadáno • $\gamma_f < 90°$, $\cos(\gamma_f) = +$ hodnota
• $\gamma_f > 90°$, $\cos(\gamma_f) = -$ hodnota

$\gamma_f < 90° \rightarrow \cos\gamma_f = +0,404 \rightarrow \gamma_f = \underline{\underline{66,17°}}$

2) Složky síly $\vec{F}$

Nyní známe všechny směrové úhly nositelky f. Cosiny směrových úhlů odpovídají složkám jednotkového vektoru ve směru nositelky f.

$$\vec{f^{\circ}} = (\cos\alpha_f,\ \cos\beta_f,\ \cos\gamma_f)$$

Vektor síly $\vec{F}$ je poté roven: $\boxed{\vec{F} = |\vec{F}| . \vec{f^{\circ}}}$

$$\vec{F} = |\vec{F}| . (\cos\alpha_f,\ \cos\beta_f,\ \cos\gamma_f)$$

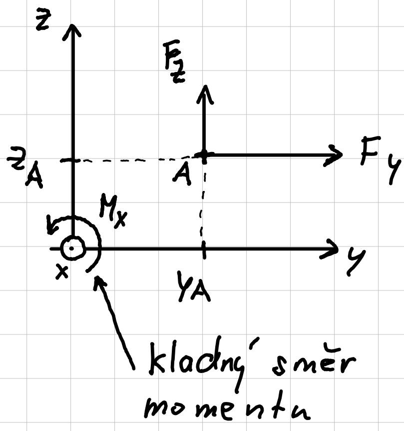
Složky síly: $F_x = |\vec{F}| . \cos\alpha_f = 50 . \cos(60°) = \underline{\underline{25\ N}}$

$$F_y = |\vec{F}| . \cos\beta_f = 50 . \cos(40°) = \underline{\underline{38{,}3\ N}}$$

$$F_z = |\vec{F}| . \cos\gamma_f = 50 . \cos(66{,}17°) = \underline{\underline{20{,}2\ N}}$$

3) Moment síly k osám x, y, z

Začněme u osy x. Složka F_x je rovnoběžná s osou, nevytváří tedy moment k ose x. Moment vytváří pouze složky F_y, F_z. Zde pomůže pohled na rovinu yz.



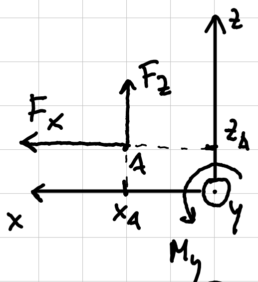
$$A = [x_A, y_A, z_A] = [4, 3, 2]$$

$$M_x = F_z . y_A - F_y . z_A$$

$$M_x = 20{,}2 . 3 - 38{,}3 . 2 = \underline{\underline{-16\ Nm}}$$

Stejným způsobem spočítáme zbývající momenty.

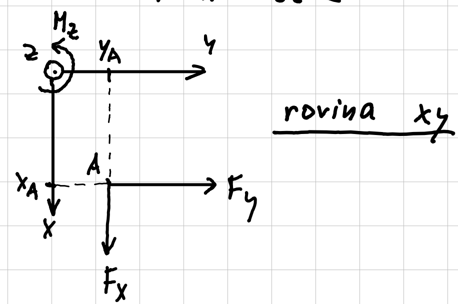
Moment k ose y:



$M_y = F_x . z_A - F_z . x_A$

$M_y = 25 . 2 - 20{,}2 . 4 = \underline{\underline{-30{,}8\ Nm}}$

Moment k ose z:



$M_z = F_y . x_A - F_x . y_A$

$M_z = 38{,}3 . 4 - 25 . 3 = \underline{\underline{78{,}2\ Nm}}$

Tento postup je názorný, ale zdlouhavý a pracný. Ke stejnému výsledku lze dojít pomocí vztahu pro výpočet momentu síly:

$\boxed{\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}}$ vektor $\vec{r} = (x_A, y_A, z_A)$ začíná v počátku souř. sys. a končí v bodě A. Tímto vztahem tedy spočítáme vektor momentu síly k počátku. Počátkem prochází osy x, y, z a tedy složky momentu budou momenty k osám x, y, z.

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ x_A & y_A & z_A \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix} = \vec{i}(y_A F_z - z_A F_y) - \vec{j}(x_A F_z - z_A F_x) + \vec{k}(x_A F_y - y_A F_x) = \dots$$

$$\dots = (-16{,}6\,\vec{i} - 30\,\vec{j} + 78{,}2\,\vec{k})\ Nm$$

$$\rightarrow \underline{\underline{\vec{M} = (-16\ ; -30{,}8\ ;\ 78{,}2)\ Nm}}$$

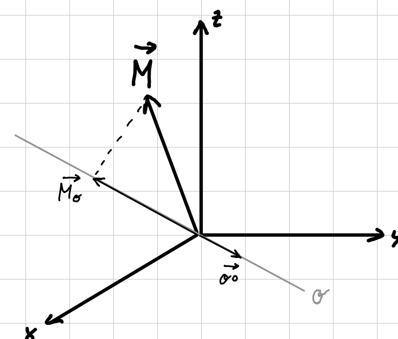
(porovnejte s dříve vypočítanými složkami M_x, M_y, M_z)

4) Moment síly k ose σ

Osa σ prochází počátkem souř. systému a je určená směrovými úhly: $\alpha_\sigma = 50°$, $\beta_\sigma = 45°$, $\gamma_\sigma > 90°$.

$$\cos\gamma_\sigma = \pm\sqrt{1-\cos^2\alpha_\sigma - \cos^2\beta_\sigma} = \pm\, 0{,}2947$$

$$\gamma_\sigma > 90° \longrightarrow \gamma_\sigma = \underline{\underline{107{,}14°}}$$



Jednotkový vektor ve směru osy σ:

$$\vec{\sigma^0} = (\cos\alpha_\sigma, \cos\beta_\sigma, \cos\gamma_\sigma)$$

Průmět momentu $\vec{M}$ do směru $\vec{\sigma^0}$:

$$|\vec{M_\sigma}| = \vec{M}.\vec{\sigma^0} = (M_x, M_y, M_z).(\cos\alpha_\sigma, \cos\beta_\sigma, \cos\gamma_\sigma) =$$
$$= \underline{\underline{-55{,}11\ \text{Nm}}}$$

Skalárním součinem jsme získali <u>velikost</u> momentu. Vektor momentu $\vec{M_\sigma}$ získáme vynásobením velikosti a jednotkového vektoru:

$$\vec{M_\sigma} = |\vec{M_\sigma}|.\vec{\sigma^0} = -55{,}11.(\cos\alpha_\sigma, \cos\beta_\sigma, \cos\gamma_\sigma) =$$

$$\underline{\underline{\vec{M_\sigma} = (-35{,}4\ ;\ -38{,}9\ ;\ 16{,}2)\ \text{Nm}}}$$

Vzorec pro vektor momentu síly k ose σ:

$$\boxed{\vec{M_\sigma} = (\vec{M}.\vec{\sigma^0}).\vec{\sigma^0}}$$