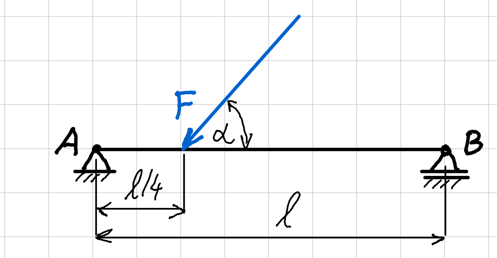
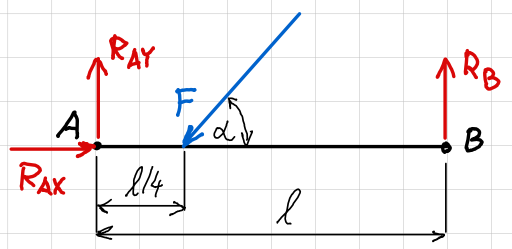
PŘ1



Dáno: F, ℓ, α

Určit: Vnější (R_{Ax}, R_{Ay}, R_B) a vnitřní $(N(x), T(x), M(x))$ statické účinky nosníku zatíženého silou F.

Uvolnění:



Rovnice rovnováhy:

(x): $R_{Ax} - F\cos\alpha = 0$ (1)

(y): $R_{Ay} - F\sin\alpha + R_B = 0$ (2)

(M_A): $-F\sin\alpha \frac{\ell}{4} + R_B \cdot \ell = 0$ (3)

Výpočet reakcí:

(1) → $\boxed{R_{Ax} = F\cdot\cos\alpha}$

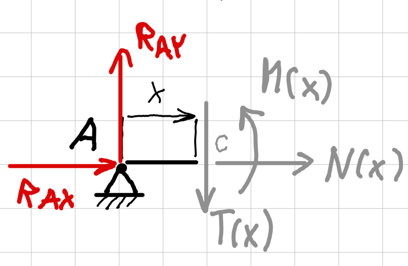
(3) → $\boxed{R_B = \frac{1}{4} F \sin\alpha}$

(2) → $R_{Ay} = F\sin\alpha - R_B = F\sin\alpha - \frac{1}{4}F\sin\alpha$

$\boxed{R_{Ay} = \frac{3}{4} F\cdot\sin\alpha}$

Průběhy vnitřních statických účinků (VSÚ):

I. interval, $x \in \left(0, \frac{\ell}{4}\right)$



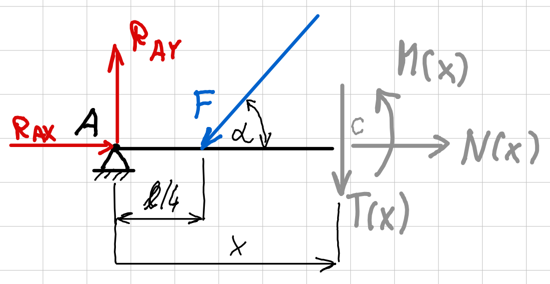
R.R.:

(x): $N(x) + R_{Ax} = 0$ (4)

(y): $R_{Ay} - T(x) = 0$ (5)

(M_c): $M(x) - R_{Ay}\cdot x = 0$ (6)

II. interval, $x \in \left(\frac{\ell}{4}, \ell\right)$



R.R.:

(x): $R_{Ax} - F\cos\alpha + N(x) = 0$ (7)

(y): $R_{Ay} - F\sin\alpha - T(x) = 0$ (8)

(M_c): $M(x) + F\sin\alpha \cdot \left(x - \frac{\ell}{4}\right) - R_{Ay}\cdot x = 0$ (9)

(4) → $\boxed{N(x)} = -R_{Ax} = \boxed{-F\cos\alpha}$

(5) → $\boxed{T(x)} = R_{Ay} = \boxed{\frac{3}{4} F\sin\alpha}$

(6) → $\boxed{M(x)} = R_{Ay}\cdot x = \boxed{\frac{3}{4} F\sin\alpha \cdot x}$

Velikost momentu v krajních bodech:

$M(0) = 0$

$M\left(\frac{\ell}{4}\right) = \frac{3}{4} F\sin\alpha \cdot \frac{\ell}{4} = \frac{3}{16} F\ell\sin\alpha$

(7) → $N(x) = F\cos\alpha - R_{Ax} = F\cos\alpha - F\cos\alpha = 0$ → $\boxed{N(x) = 0}$

(8) → $T(x) = R_{Ay} - F\sin\alpha = \frac{3}{4}F\sin\alpha - F\sin\alpha = -\frac{1}{4}F\sin\alpha$ → $\boxed{T(x) = -\frac{1}{4} F\sin\alpha}$

(9) → $M(x) = R_{Ay}\cdot x - F\sin\alpha\left(x - \frac{\ell}{4}\right) = \frac{3}{4}F\sin\alpha\, x - F\sin\alpha\, x + F\sin\alpha \frac{\ell}{4}$

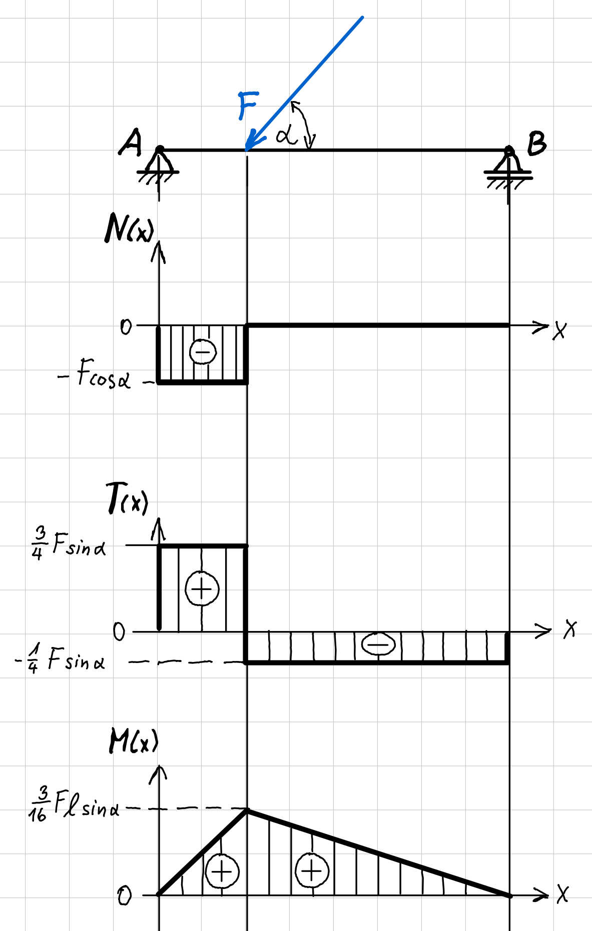
→ $\boxed{M(x) = -\frac{1}{4} F\sin\alpha \cdot x + F\sin\alpha \frac{\ell}{4}}$

Velikost momentu v krajních bodech:

$M\left(\frac{\ell}{4}\right) = -\frac{1}{4}F\sin\alpha \frac{\ell}{4} + F\sin\alpha \frac{\ell}{4} = F\sin\alpha\left(\frac{\ell}{4} - \frac{\ell}{16}\right) = F\sin\alpha \frac{3}{16}\ell$

$M(\ell) = -\frac{1}{4}F\sin\alpha \cdot \ell + F\sin\alpha \frac{\ell}{4} = 0$

Grafy průběhů $N(x)$, $T(x)$, $M(x)$:



I. interval:

$N(x) = -F\cos\alpha$

$T(x) = \frac{3}{4} F\sin\alpha$

$M(x) = \frac{3}{4} F\sin\alpha\cdot x$

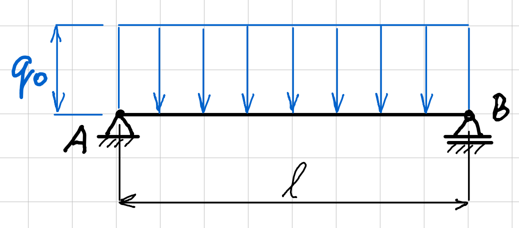
II. interval:

$N(x) = 0$

$T(x) = -\frac{1}{4} F\sin\alpha$

$M(x) = -\frac{1}{4} F\sin\alpha\cdot x + F\sin\alpha\frac{\ell}{4}$

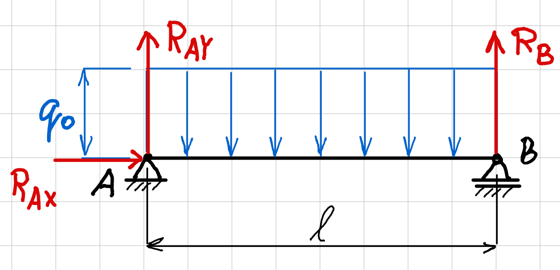
PR2



Dáno: q_0, ℓ

Určit: Vnější (R_{Ax}, R_{Ay}, R_B) a vnitřní ($N(x), T(x), M(x)$) statické účinky nosníku zatíženého konst. spojitým zatížením q_0.

Uvolnění:



Rovnice rovnováhy:

(x): $\boxed{R_{Ax} = 0}$ (1)

(y): $R_{Ay} + R_B - q_0 \ell = 0$ (2)

(M_A): $R_B \cdot \ell - q_0 \ell \cdot \frac{\ell}{2} = 0$ (3)

Výpočet reakcí:

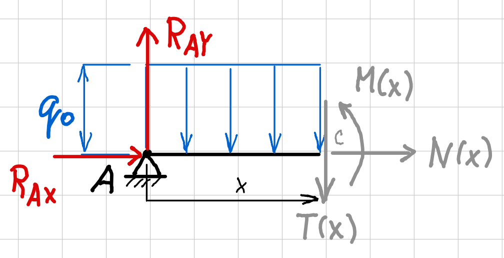
(3) → $\boxed{R_B = \frac{q_0 \cdot \ell}{2}}$

(2) → $R_{Ay} = q_0 \ell - R_B = q_0 \ell - \frac{q_0 \ell}{2} = \boxed{\frac{q_0 \cdot \ell}{2} = R_{Ay}}$

Průběhy vnitřních statických účinků (VSÚ):

Řešení 1: Metoda myšleného řezu:

I. interval, $x \in (0, \ell)$



Rovnice rovnováhy:

(x): $R_{Ax} + N(x) = 0$ (4)

(y): $R_{Ay} - q_0 \cdot x - T(x) = 0$ (5)

(M_C): $M(x) + q_0 \cdot x \cdot \frac{x}{2} - R_{Ay} \cdot x = 0$ (6)

(4) → $\boxed{N(x) = -R_{Ax} = 0}$

(5) → $\boxed{T(x) = R_{Ay} - q_0 \cdot x = \frac{q_0 \cdot \ell}{2} - q_0 \cdot x}$

(6) → $\boxed{M(x) = R_{Ay} \cdot x - \frac{1}{2} q_0 x^2 = \frac{1}{2} q_0 \cdot \ell \cdot x - \frac{1}{2} q_0 x^2}$

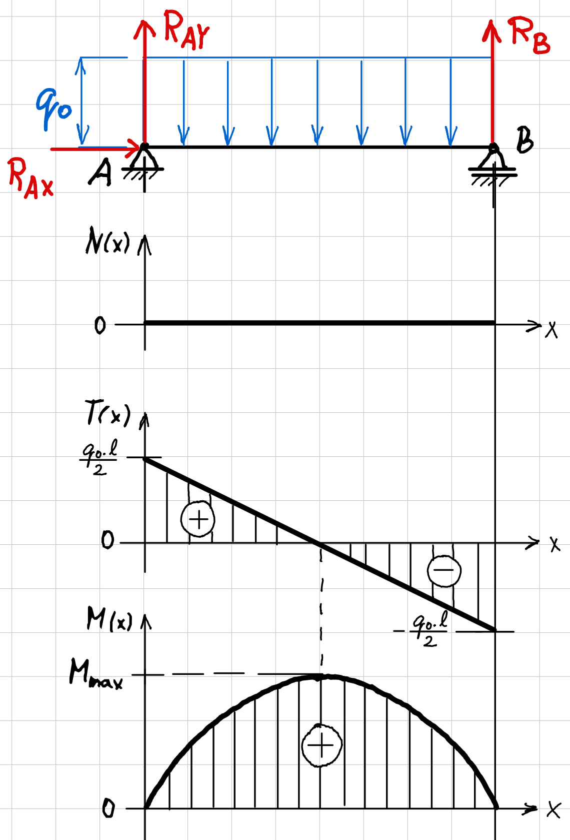
Hodnoty VSÚ v krajních bodech:

$N(0) = N(\ell) = 0$

$T(0) = \frac{q_0 \cdot \ell}{2}$, $T(\ell) = \frac{q_0 \cdot \ell}{2} - q_0 \cdot \ell = -\frac{q_0 \cdot \ell}{2}$

$M(0) = M(\ell) = 0$

Grafy průběhů $N(x)$, $T(x)$, $M(x)$:



Výpočet max. ohybového momentu M_{max}:

$M(x) = \frac{1}{2} q_0 \ell \cdot x - \frac{1}{2} q_0 x^2$

Bod podezřelý z extrému:

$\frac{dM}{dx} = 0 \rightarrow \frac{1}{2} q_0 \ell - q_0 x = 0$

$\rightarrow x = \ell/2$

$M_{max} = M(\ell/2) = \frac{1}{2} q_0 \ell \frac{\ell}{2} - \frac{1}{2} q_0 \frac{\ell^2}{4} = \frac{q_0 \ell^2}{4} - \frac{q_0 \ell^2}{8} = \frac{q_0 \ell^2}{8}$

$\rightarrow M_{max} = \frac{q_0 \ell^2}{8}$

Řešení 2: Schwedlerovy věty:

1. Schw. v.: $\boxed{q(x) = -\frac{dT}{dx}}$ 2. Schw. v.: $\boxed{T(x) = \frac{dM}{dx}}$

$\rightarrow dT = -q(x) dx$ $\rightarrow dM = T(x) dx$

Z 1. Schw. v. vypočítáme $T(x)$, známe $q(x) = q_0$:

pozn. dole * $\int_{R_{Ay}}^{T(x)} dT = \int_0^x -q_0 \, dx$

$T(x) - R_{Ay} = -q_0 x$ → $T(x) = R_{Ay} - q_0 x$

$\boxed{T(x) = \frac{1}{2} q_0 \ell - q_0 x}$

Z 2. Schw. v. vypočítáme $M(x)$, již známe $T(x)$:

$\int_0^{M(x)} dM = \int_0^x T(x) \, dx$

$M(x) = \int_0^x \left(\frac{1}{2} q_0 \ell - q_0 x\right) dx$

$\boxed{M(x) = \frac{1}{2} q_0 \ell x - \frac{1}{2} q_0 x^2}$

Porovnáním výsledků zjistíme, že obě metody (met. myš. řezu, Schw. věty) vedou ke stejným výsledkům.

* Musíme dávat pozor na integrační meze. Víme, že $T(0) = R_{Ay} = \frac{q_0 \ell}{2}$, proto je tato dolní mez rovna R_{Ay}.

Stejně tak víme, že $M(0) = 0$.

Grafy viz Matlab skript VSU_pr2.m