CVIČENÍ - řešení

Časová hodnota peněz

Peníze jsou chápány jako aktivum, tedy suma hodnot. Tyto hodnoty se však v čase mění. Tuto specifickou vlastnost peněz je nutné mít neustále na paměti a to zejména při posuzování a výběru z několika alternativních investičních příležitostí. Jelikož příjmy plynoucí z jednotlivých investičních příležitostí nejsou časově ani objemově identické, je nutné převést tyto na stejný časový základ.

Příčiny, proč dochází ke změně hodnoty peněz, jsou způsobeny existencí dvou základních okolností:

- *Inflace*, která má na hodnotu peněz obvykle negativní vliv. Vliv inflace je vždy zohledněn v rozdílu mezi nominální a reálnou úrokovou mírou, resp. nominální a reálnou hodnotou veličiny.
- *Úrok*, který představuje výnos z peněz. Úrok má pro investora z hlediska respektování časové hodnoty podstatný význam, pro investora představuje odměnu za to, že se vzdal své současné hodnoty, kterou měl k dispozici, proto aby získal budoucí hodnotu. Budoucí hodnota by měla převyšovat současnou hodnotu právě o úrok.

Výpočet současné hodnoty budoucích peněžních toků vyžaduje tzv. *proces diskontování*, naopak výpočet budoucí hodnoty peněžních toků pak tzv. *proces úročení*.

Úrok představuje odměnu za poskytnutí finančních zdrojů.

Úroková sazba (míra) vyjadřuje úrok v procentech z hodnoty kapitálu za časové období, nejčastěji za 1 rok. Většinou se pojem úroková sazba používá v případě, že se jedná o veličinu danou nějakým subjektem (např. diskontní sazby centrální banky, úroková sazba z termínovaného vkladu). Úroková míra, míra zisku či míra výnosu se používá, pokud jde o veličinu vypočítanou z jiných veličin (míra inflace).

Budoucí hodnota (*Future Value*)

V tomto případě vycházíme ze skutečnosti, že máme určitou hotovost tj. jistou současnou hodnotu, tuto současnou hodnotu jsme se rozhodli vložit na n let do investice, která vynáší i % výnosu ročně. Problém budoucí hodnoty peněz řeší, jaká bude hodnota dané investice právě za n let. Řešením je *složené úročení*, kdy se počítají úroky z úroků.

Abychom získali budoucí hodnotu, úročili jsme současnou hodnotu (jistinu) s postupně získanými úroky celkem n krát, což odpovídá počtu let uložení peněz.

$$BH = SH\,(1+i) * (1+i) * \ldots * (1+i)$$
$$BH = SH * (1+i)^n$$

Kde: BH je budoucí hodnota vložené částky,
SH je současná hodnota vložené částky,
i je úroková sazba a
n je počet let trvání investice.

Současná hodnota (*Present Value*)

V tomto případě vycházíme ze skutečnosti, že známe hodnotu našeho budoucího příjmu, ale potřebujeme zjistit, jakou má tento příjem hodnotu v současnosti. V čase postupujeme opačným směrem než v předchozím příkladě. Diskontování budoucí hodnoty na současnou je opačný proces převodu současné hodnoty na budoucí úročením.

Předpokládáme tedy, že za n let obdržíme příjem FV, pokud bude roční úroková míra ve výši i. Abychom určili současnou hodnotu, musíme budoucí hodnotu očistit o tzv. náklady obětované příležitostem, to znamená, že musíme budoucí hodnotu v čase n stáhnout k současnosti, tj., k času 0. Matematicky můžeme tento vztah zapsat následovně:

$$SH = BH*1/(1+i) * (1+i) * \ldots * (1+i)$$
$$SH = \mathrm{BH}*1/(1+i)^n$$

Kde i je diskontní sazba a ostatní veličiny jsou shodné jako v předchozím příkladě. Je nutné si uvědomit, že při výpočtu budoucí hodnoty veličina i představuje úrokovou sazbu, ovšem při výpočtu současné hodnoty představuje sazbu diskontní.

Vztah nominální a reálné úrokové sazby

Z ekonomického hlediska je významné rozlišení úrokových sazeb na *nominální* a *reálné*. **Nominální úrokové sazby** jsou úrokové sazby uváděné explicitně ve smlouvách o úvěru resp. vkladu. Naproti tomu **reálné úrokové sazby** získáme tak, že nominální úrokové sazby tzv. deflujeme, tj. snížíme o oslabení reálné hodnoty (tj. kupní síly) půjčované resp. vkládané peněžní částky během období, na které je půjčována resp. vkládána. Oslabení reálné hodnoty peněžní částky za dané období je rovno inflaci za toto období.

Za předpokladu nízkých nominálních úrokových sazeb a nízké skutečné resp. očekávané inflace lze deflování provést přibližně tak, že od nominální úrokové sazby odečteme skutečnou resp. očekávanou inflaci v období půjčky resp. vkladu. Tento zjednodušený vztah vztah je nazýván jako **Fisherova rovnice**.

$$i_r = i_n - i_e$$

kde: i_r je reálná úroková míra,
i_n je nominální úroková míra,
i_e je míra inflace.

Chceme-li však vypočítat reálnou úrokovou sazbu přesně (pro jakékoli hodnoty nominálních úrokových sazeb a inflace), postupujeme podle následujícího vzorce:

$$i_r = (1 + i_n)/(1 + i_e) - 1$$

kde: i_r je reálná úroková míra,
i_n je nominální úroková míra,
i_e je skutečná resp. očekávaná inflace.

Specifika úročení

V praxi je velmi důležitá doba, ke které se úroková sazba vztahuje. Standardní období je roční, označované jako **p. a.** z latinského *per annum*. Dále je možné setkat se s úročením:

- půlročním, označovaném jako **p. s.** (*per semestre*);
- čtvrtletním, **p. q.** (*per quartale*);
- měsíčním, **p. m.** (*per mensem*);
- týdenním, **p. sept.** (*per septimanam*) a
- denním, **p. d.** (*per diem*).

Obecně platí, že čím častěji jsou úroky připisovány, tím částka rychleji roste (a naopak při poskytnutí úvěru se musí více splácet). Proto není možné porovnávat sazby s různým druhem úročení a je nutné danou úrokovou sazbu vynásobit tolikrát, kolik je úrokových období v rámci jednoho roku. Například: půlroční úrokovou sazbu číslem 2, měsíční úrokovou sazbu číslem 12 apod.

Od výše uvedeného je dále nutné odlišit různé **četnosti připisování úroků** během roku. Úroky se totiž nemusí připisovat k základní částce jen jednou na konci roku (i za předpokladu roční úrokové sazby p. a.), ale mohou se připisovat pololetně, čtvrtletně apod. Pro věřitele je výhodnější co nejčastější připisování úroků, naopak pro dlužníka je výhodnější úroky připisovat v co nejdelších intervalech.

K porovnání dvou či více úrokových sazeb s různou četností připisování úroků slouží **efektivní úroková míra**. Jedná se o uměle vypočtenou úrokovou míru, která přepočítá úrokové sazby s různou četností připisování úroků na jednu srovnatelnou veličinu. Efektivní úroková míra i_e je tedy roční úroková míra, která při připisování úroků jednou ročně dává stejnou budoucí částku jako roční úroková míra i při častějším připisování úroků.

Vypočte se dle vzorce:

$$i_{ef} = \left(1 + \frac{i}{m}\right)^m - 1$$

kde: i_{ef} je efektivní úroková míra,
i je roční úroková míra,
m je četnost připisování úroků během roku.

JEDNODUCHÉ VS. SLOŽENÉ ÚROČENÍ

- Rozdíl v použití jednoduchého a složeného úroku spočívá v době úročení. Je-li **kratší než 1 rok** (obecně: kratší než jedno úrokovací období, tj. období, za které se připisují úroky), užívá se **jednoduché úročení** (JU). Je-li doba úročení **delší než 1 rok** (obecně: několik úrokovacích období), užije se **složené úročení** (SU)

- V některých případech je třeba JU a SU kombinovat, pak se mluví o tzv. smíšeném úročení.

- Pro výpočet JU je třeba počítat s počtem dnů, za které se vyčísluje úrok. K těmto účelům slouží tzv. časové standardy, tzn. metody pro stanovení počtu dnů. Ve všech našich příkladech je použitý časový standard **E30/360**, tzv. německý (nebo také evropský) standard – tzn., že každý měsíc se počítá jako 30 dnů (bez ohledu na skutečný počet kalendářních dnů) a rok jako 360 dnů.

- *Všechny naše výpočty jsou také tzv. polhůtní, tzn., že všechny vklady či připisované úroky se vždy dějí na konci období (nikoli na začátku) – to je informace pro ty z Vás, kteří by studovali z učebnic finanční matematiky.*

- U úrokové sazby je třeba věnovat pozornost **období, ke kterému je poměřována**, je zaznamenáváno latinskou zkratkou za procentním vyjádřením výše úroku. Nejčastěji se lze setkat s úrokovou mírou roční (p.a. - per annum). Pokud není u procentní sazby úroku uvedena žádná zkratka, má se za to, že se jedná o roční úrokovou míru!

- Dále pak:

p.s. – pololetní (*per semestre*),
p.q. – čtvrtletní (*per quartale*),
p.m. – měsíční (*per mensem*),
p.sept. – týdenní (*per septimanam*)
p.d. – denní (*per diem*).

Přitom platí, že **roční úroková míra**
= 2×pololetní úroková míra
= 4×čtvrtletní úroková míra
= 12×měsíční úroková míra

= 360 (365; 366)× denní úroková míra.

JEDNODUCHÉ ÚROČENÍ

$$ú = SH \times \frac{p}{100} \times \frac{d}{360}$$

$$i = \frac{p}{100}$$

$$BH = SH + SH \times i \times \frac{d}{360}$$

V případě zdaněných úroků: $ú = SH \times \frac{p}{100} \times \frac{d}{360} \times (1 - t)$

kde je:

ú	*výše úroku,*
SH	*současná hodnota, jistina, původní úročená částka, základ,*
BH	*budoucí hodnota, splatná částka,*
p	*úroková míra v % (úroková sazba),*
i	*úroková míra vyjádřená relativně,*
d	*počet dní, za které je vyčíslován úrok (doba splatnosti ve dnech),*
t	*sazba daně z příjmů v relativním vyjádření.*

SLOŽENÉ ÚROČENÍ

$$BH = SH \times (1+i)^n$$

$$ú = BH - SH$$

v případě zdanění úroků pak

$$BH = SH \times (1 + i \times (1-t))^n$$

kde je

ú	*výše úroku,*
SH	*současná hodnota, původní úročená částka, jistina, základ,*
BH	*budoucí hodnota, výše jistiny na konci n-tého období,*
i	*úroková míra vyjádřená relativně,* $i = p/100$,
t	*sazba daně z příjmů,*
n	*počet období, po která se částka úročí,*
$(1+i)^n$	*úročitel.*

Pokud v jakémkoli výpočtu časové hodnoty peněz zohledňujeme **ZDANĚNÍ úroků,** projeví se to vždy úpravou úrokové sazby, tj. jejím vynásobením výrazem (1-t). Např. pokud je částka úročena 10 % a z úroku je odváděna 15% daň z příjmů, je to stejná situace, jako kdyby byla částka úročena 8,5 % a neplatila se z úroku žádná daň.

Otázka: Jaká je aktuální výše sazby daně z příjmů u úroků na bankovních vkladech?

1) Jaký je stav vkladu 1.420.000 Kč za sedm měsíců při úrokové sazbě 1,5% p.a.?

Období je kratší než 1 rok => použít JU

ú = SH × i × d/360

$$ú = 1\ 420\ 000 * \frac{1{,}5}{100} * \frac{7 * 30}{360} = 12\ 425\ Kč$$

Stav vkladu je 1 420 000 +12 425 = 1 432 425 Kč

b) Jaký bude výsledek, uvažujeme-li daň z příjmů 15 %?

$$ú = 1\ 420\ 000 * \frac{1{,}5}{100} * \frac{7 * 30}{360} * (1 - 0{,}15) = 10\ 561{,}25\ Kč$$

Stav vkladu je 1 420 000 + 10 561,25 = 1 430 561,25 Kč.

2) Jak velký počáteční vklad vzroste při 2% úrokové sazbě p.a. od 12.4. do 24.6. o 1.500 Kč? Od daně abstrahujte.

Období je kratší než 1 rok => použít JU

Nejprve je třeba stanovit počet dnů (d) v období 12.4. – 24.6. při použití E30/360. Platí, že ze dvou hraničních dnů (datum vkladu a datum výběru) se do úročení zahrnuje pouze jeden, a sice den vkladu, den výběru vkladu se již neúročí.

d = 19 (za duben) + 30 (květen) + 23 (červen) = 72 dnů

Dosadit do vzorce pro JU:

$$1500 = SH * \frac{2}{100} * \frac{72}{360}$$

SH = **375 000 Kč** … to je výše počátečního vkladu.

3) Po jakou dobu byl uložen vklad ve výši 3.960 Kč, jestliže vzrostl při úrokové sazbě 2% p.a. připsáním úroků na konci období na 4.000 Kč?

ú = SH ×i × d/360

4 000 – 3 960 = 3 960 × 0,02 × d/360

d = 181,8 dnů

4) **Při jaké úrokové sazbě bude činit úrok z vkladu 100.000 Kč za sedm měsíců 1.500 Kč? Od daně abstrahujte.**

Období je kratší než 1 rok => použít JU

Obdobně jako předchozí – dosadit do vzorce pro JU

$$1500 = 100\,000 * \frac{p}{100} * \frac{7 * 30}{360}$$

p = 2,57 % (p.a.)

5) **Jaká částka byla vyplacena při odkupu (eskontu) směnky s nominální hodnotou 1 milion Kč, pokud byla uplatněna diskontní sazba 10 % p.a.? Směnka byla eskontována 6 měsíců před splatností.**

Jedná se o jednoduché úročení, tentokrát tzv. předlhůtní - úroky jsou účtovány na začátku období a jsou počítány z budoucí hodnoty směnky (tj. hodnoty, kterou bude mít směnka v okamžiku její splatnosti, tj. 1 milion Kč).

Jednoduchý úrok se v tomto případě označuje jako diskont

Diskont = směnečná částka * diskontní sazba * doba zbývající do splatnosti směnky

Diskont = 1 000 000 * 0,10 * 0,5 = 50 000 Kč

Při eskontu směnky banka vyplatila **950 000 Kč** (1 000 000 – 50 000).

6) **Jaká částka byla vyplacena faktoringovou společností při odkupu pohledávky, která zněla na 300.000 Kč s dobou splatnosti 3 měsíce? Diskontní sazba činila 9 % p.a. a manipulační poplatek byl účtován ve výši 1 % hodnoty pohledávky.**

Podobný postup jako u předchozího příkladu. Při odkupu (tzv. postoupení) pohledávky faktoringová společnost vyplatí majiteli hodnotu pohledávky sníženou o diskont a manipulační poplatek.

Diskont = 300 000 * 0,09 * 3/12 = 6 750 Kč

Manipulační poplatek = 0,01 * 300 000 = 3 000 Kč

Faktoringová společnost vyplatí **290 250 Kč** (300 000 – 6 750 – 3 000).

7) Podnikatel potřebuje financovat nákup materiálu, ale nemá aktuálně k dispozici vlastní hotovost. Má dvě možnosti, jak finanční prostředky získat:

a) bankovní úvěr s dobou splatnosti 6 měsíců a úrokovou sazbou 8,2 % p.a.

b) odprodat pohledávku splatnou za 6 měsíců s nominální hodnotou 100.000 Kč a diskontní sazbou 8 % p.a.?

Jaká varianta bude výhodnější (resp. z jaké varianty získá podnikatel více finančních prostředků)? V obou variantách předpokládejme, že podnikatel zaplatí (bude ho stát) 100.000 Kč za 6 měsíců.

a) Jaký úvěr by podnikatel získal, kdyby jej jednorázově splatil za 6 měsíců částkou 100 000 Kč? Tzn., že částka 100 000 Kč zahrnuje výši úvěru včetně úroků a jedná se o BH úvěru získaného v současnosti (SH).

BH = SH + SH * i * doba

$SH = \frac{BH}{1+i*doba} = \frac{100\,000}{1+0{,}082*0{,}5} = 96\,061{,}48\ Kč$ Tj. úroky z úvěru jsou 3 938,50 Kč.

Získal by úvěr **96 061,48 Kč.**

b) Jakou částku by podnikatel získal odprodejem (postoupením) pohledávky?
Banka by z hodnot pohledávky strhla diskont ve výši 4 000 Kč (100 000 * 0,08 * 0,5), tzn., že by podnikatel získal **96 000 Kč.**

Výhodnější je varianta a.

8) Podnik má závazek 10 000 EUR splatný za 6 měsíců. Vzhledem k posilování kurzu euro vůči Kč uvažuje o zajištění proti pohybu kurzu. Hotovost si může vypůjčit v Kč za 12 % p.a. Vlastní hotovost bude mít k dispozici až za 6 měsíců. Finanční ředitel má rozhodnout, která z následujících možností je výhodnější:

a) Promptní nákup euro za 25,0 Kč, uložení euro na devizový účet na 6 měsíců při úrokové sazbě 5 % p. a.;
b) Nákup za termínovaný kurz 25,2 Kč za 4 měsíce; uložení částky na 2 měsíce na devizový účet za 4 % p.a.
c) Nákup za termínovaný kurz 25,6 Kč za 6 měsíců a okamžitá úhrada.

Výše uvedené 3 varianty porovnáme z hlediska korunové částky, kterou by musel podnik vynaložit na úhradu závazku ve výši 10 000 EUR.

U každé varianty je třeba zjistit:

1. Kolik EUR bude podnik potřebovat nakupit?
2. Kolik CZK ho bude nákup EUR stát?
3. Pokud podnik nedisponuje vlastními volnými peněžními prostředky, pak ještě: Kolik bude podnik stát, aby si CZK na nákup EUR opatřil?

a) Promptní nákup euro za 25,0 Kč, uložení euro na devizový účet na 6 měsíců při úrokové sazbě 5 % p. a.;

1. Kolik EUR bude podnik potřebovat nakupit, jestliže bude nakupovat okamžitě (promptní nákup)?
   Částku v EUR označíme jako x; je třeba nakoupit tolik EUR (x), aby po zhodnocení této částky na devizovém účtu bylo po 6 měsících k dispozici 10 000 EUR na úhradu závazku.
   x + x * i * doba = 10 000 EUR
   x * (1 + i * doba) = 10 000
   x * (1 + 0,05 * 6/12) = 10 000
   x = 9 756 EUR

2. Kolik CZK ho bude nákup EUR stát?
   Při kurzu 25 CZK/EUR podnik za částku 9 756 EUR zaplatí 243 900 CZK.
   Tuto částku ale nemá k dispozici, opatří si ji např. formou krátkodobého úvěru na nezbytně nutnou dobu (tj. na 6 měsíců než bude mít vlastní prostředky).

3. Kolik bude podnik stát, aby si 243 900 CZK na nákup EUR opatřil?
   Nákladem bude úrok z úvěru (úvěr potřebuje na 6 měsíců)
   Úrok = 243 900 * 0,12 * 0,5 = 14 634 CZK

   Ve variantě a) podnik v souvislosti s úhradou závazku musí vynaložit celkem **258 534 CZK** (243 900 + 14 634).

b) Nákup za termínovaný kurz 25,2 Kč za 4 měsíce; uložení částky na 2 měsíce na devizový účet za 4 % p.a.

1. Kolik EUR bude podnik potřebovat nakupit? … x EUR
   x + x * i * doba = 10 000
   x * (1 + i * doba) = 10 000
   x * (1 + 0,04 * 2/12) = 10 000
   x = 9 933,77 EUR
2. Kolik CZK ho bude nákup EUR stát?
   933,77 * 25,20 CZK/EUR = 250 331 CZK
3. Kolik bude podnik stát, aby si 250 331 CZK na nákup EUR opatřil?
   Nákladem bude úrok z úvěru (úvěr potřebuje na 2 měsíce)
   Úrok = 250 331 * 0,12 * 2/12 = 5 007 CZK

   Ve variantě b) podnik v souvislosti s úhradou závazku musí vynaložit celkem **255 338 CZK** (250 331 + 5 007).

c) Nákup za termínovaný kurz 25,6 Kč za 6 měsíců a okamžitá úhrada.

V této variantě podnik nakoupí EUR až v okamžiku, kdy je bude potřebovat, tj. za 6 měsíců, a nakoupí je z vlastních prostředků (nebude potřebovat úvěr) při kurzu 25,60 CZK/EUR.

Podnik vynaloží celkem **256 000 CZK** (10 000 EUR * 25,60 CZK/EUR).

Pro podnik je nevýhodnější varianta b).

9) **Podnik má závazek 100 000 EUR splatný za 3 měsíce. Vzhledem k posilování kurzu euro vůči Kč uvažuje o zajištění proti pohybu kurzu. Hotovost si může vypůjčit v Kč za 10 % p.a. Vlastní hotovost bude mít k dispozici až za 3 měsíce. Finanční ředitel má rozhodnout, která z následujících možností je výhodnější:**

a) Promptní nákup euro za 24,50 Kč, uložení euro na devizový účet na 3 měsíce při úrokové sazbě 4 % p. a.;

b) Nákup za termínovaný kurz 25,0 Kč za 3 měsíce a okamžitá úhrada závazku.

Řešení

a) promptní nákup euro za 24,50 Kč, uložení euro na devizový účet na 3 měsíce při úrokové sazbě 4 % p. a.;

1. Kolik EUR bude podnik potřebovat nakupit, jestliže bude nakupovat okamžitě (promptní nákup)?

Částku v EUR označíme jako x; je třeba nakoupit tolik EUR (x), aby po zhodnocení této částky na devizovém účtu bylo po 3 měsících k dispozici 100 000 EUR na úhradu závazku.

$x + x * i * doba = 100\,000$ EUR
$x * (1 + i * doba) = 100\,000$
$x * (1 + 0{,}04 * 3/12) = 10\,000$
$x = 99\,009{,}90$ EUR

4. Kolik CZK ho bude nákup EUR stát?
   Při kurzu 24,5 CZK/EUR podnik za částku 99 009,90 EUR zaplatí 2 425 742,57 CZK.
   Tuto částku ale nemá k dispozici, opatří si ji např. formou krátkodobého úvěru na nezbytně nutnou dobu (tj. na 3 měsíce než bude mít vlastní prostředky).

5. Kolik bude podnik stát, aby si 2 425 742,57 CZK na nákup EUR opatřil?
   Nákladem bude úrok z úvěru (úvěr potřebuje na 3 měsíce)
   Úrok = 2 425 742,57 * 0,10 * 3/12 = 60 643,56 CZK

   Ve variantě a) podnik v souvislosti s úhradou závazku musí vynaložit celkem **2 486 386,14 CZK** (2 425 742,57 + 60 643,56).

b) Nákup za termínovaný kurz 25,0 Kč za 3 měsíce a okamžitá úhrada závazku.

V této variantě podnik nakoupí EUR až v okamžiku, kdy je bude potřebovat, tj. za 3 měsíce, a nakoupí je z vlastních prostředků (nebude potřebovat úvěr) při kurzu 25,0 CZK/EUR.

Podnik vynaloží celkem **2 500 000 CZK** (100 000 EUR * 25,0 CZK/EUR).

Pro podnik je nevýhodnější varianta a).

10) **Firma ALFA prodala firmě BETA zboží na fakturu za 100 000 Kč; splatnost faktury je 4 týdny. Při úhradě faktury do 1 týdne nabízí firma ALFA skonto z fakturované částky ve výši 1 %. Na dřívější zaplacení by si ale musela firma BETA půjčit formou úvěru s úrokovou sazbou 10 % p.a.? Vyplatí se firmě BETA zaplatit dříve a využít skonto?**

Skonto představuje slevu z fakturované částky v případě, že kupující platí ihned hotově nebo před dohodnutou lhůtou splatnosti.
Příklad vyřešíme tak, že porovnáme výnos pro kupujícího plynoucí z využití skonta s nákladem v podobě úroku z úvěru, kterým bude dřívější úhradu faktury kupující financovat.
Skonto (výnos pro kupujícího) = 0,01*100 000 = 1 000 Kč
Úrok z úvěru (náklad pro kupujícího) = (100 000 – 1 000) * 0,10 * 21/360 = 577,50 Kč
Předpokládáme, že by kupující (v případě využití skonta) fakturu zaplatil v poslední možný den, kdy by ještě měl nárok na skonto (tj. 21 dnů před standardní splatností faktury). Na dřívější zaplacení potřebuje částku 99 000 Kč.

Náklady na využití skonta (úrok z úvěru) < výnos v podobě slevy 1 000 Kč. Kupující (BETA) by skonto za těchto podmínek využil.

Relativní vyjádření skonta (v % p.a.):
Kupující získá výnos 1 000 Kč při vynaložení 99 000 Kč, a to za 21 dnů. Kolik činí roční výnos?

$$\frac{1000}{99000} * \frac{360}{21} = 0{,}1732$$

Výnosová míra skonta pro kupujícího je 17,32 % p.a. a je > nákladová úroková sazba úvěru (10 % p.a.).

11) **Prodávající firma dodala zboží v hodnotě 300 000 Kč se splatností 6 týdnů; při splacení do 2 týdnů nabízí skonto z fakturované částky ve výši 1,5 %. Vyplatí se kupující firmě skonto využít, pokud si na dřívější zaplacení musí prostředky půjčit formou úvěru s úrokovou sazbou 12 % p.a.?**

Výnos ze skonta, pokud jej kupující využije, činí 0,015 * 300 000 = **4 500 Kč**

Náklady pro kupujícího v souvislosti s úvěrem ve výši 295 500 Kč (300 000 – 4 500) činí 295 500 * 0,12 * 28/360 = **2 758 Kč**.

Kupující skonto za těchto podmínek využije.

Relativní vyjádření skonta (v % p.a.):
Kupující získá výnos 4 500 Kč při vynaložení 295 500 Kč, a to za 28 dnů. Kolik činí roční výnos?

$$\frac{4500}{295500} * \frac{360}{28} = 0{,}1958$$

Výnosová míra skonta pro kupujícího je 19,58 % p.a. a je > nákladová úroková sazba úvěru (12 % p.a.).

Vysvětlete rozdíl: procento / procentní bod / bazický bod
Příklad: Jaká bude výsledná sazba, pokud se výchozí sazba 50 % zvýší o

a) ***25 procent?***
b) ***25 procentních bodů?***
c) ***25 bazických bodů?***

a) 50 % je základ, navýšíme-li jej o 25 %, pak nová hodnota činí 50 * 1,25 = 62,5 %

b) Procentní bod je jednotkou pro aritmetický rozdíl dvou hodnot udaných v procentech ze stejného základu.
50 % + 25 procentních bodů = 75 %

c) Bazický bod je jedna setina procentního bodu.
50 % + 25 bazických bodů = 50,25 %

12) Uložili jsme částku 120.000 Kč. Jaká bude výše kapitálu za tři roky při složeném úročení, jestliže úrokovací období je roční a úroková sazba činí 1,5 % p.a.? Sazba daně z příjmů činí 15 %.

Doba 3 roky je delší než 1 rok => použít SU

$$BH = SH * \left(1 + i * (1 - t)\right)^n$$

$$BH = 120\,000 * \left(1 + 0{,}015 * (1 - 0{,}15)\right)^3 = \mathbf{124\,648{,}80\ K}č$$

13) Uložili jsme částku 120.000 Kč. Jaká bude výše kapitálu za tři roky při složeném úročení, jestliže úrokovací období je pololetní a úroková sazba činí 1,5 % p.a.? Sazba daně z příjmů činí 15 %.

Výpočet podobně jako předchozí, ALE je třeba upravit úrokovou sazbu i a počet období n.

Proměnné i a n musí vždy korespondovat s úrokovacím obdobím (tj. obdobím, za které se počítá úrok), tzn., je-li úrokovací období roční, pak i je roční úroková sazba a n je počet let. Je-li např. úrokovací období měsíční, musíme použít měsíční úrokovou sazbu a n bude počet měsíců.

$$BH = 120\,000 * \left(1 + \frac{0{,}015}{2} * (1 - 0{,}15)\right)^6 = \mathbf{124\,663{,}80\ K}č$$

Všimněte si, že čím častěji se připisují úroky, tím vyšší je budoucí hodnota částky (za jinak stejných podmínek).

14) Která z uvedených variant nám přinese vyšší zhodnocení uložených finančních prostředků?

a) Vklad úročený ročně úrokovou sazbou 5 % p.a.

b) Vklad úročený denně úrokovou sazbou 4,9 % p.a.

Jedná se o výpočet efektivní úrokové míry (viz výše)

$$i_{ef} = \left(1 + \frac{i}{m}\right)^{m} - 1$$

Ale samozřejmě lze zjistit i bez znalosti vzorce např. tak, že si zvolíme hypotetický vklad (např. 1 000 Kč) a zjistíme, jak se zhodnotí v obou variantách např. za 1 rok.

a) 1 000 * 1,05 = 1 050 Kč

b) $1000 * \left(1 + \frac{0{,}049}{360}\right)^{360} = 1050{,}22\ Kč$ Zde je třeba úrokovou sazbu i období (n) přizpůsobit délce úrokovacího období, což je 1 den.

Varianta b) je výhodnější.

15) Vklad 100.000 Kč je uložen na 10 let s úrokovou sazbou 6% p.a. Jaká je splatná částka při ročním, pololetním, čtvrtletním a měsíčním složeném úrokování?

p.a. = 6 % , n = 10 let BH = 100 000 × $(1 + 0{,}06)^{10}$ = **179 085 Kč**

p.s. = 3 %, n = 20 pololetí BH = 100 000 × $(1 + 0{,}03)^{20}$ = **180 611 Kč**

p.q. = 1,5 %, n = 40 čtvrtletí BH = 100 000 × $(1 + 0{,}015)^{40}$ = **181 402 Kč**

p.m. = 0,5 %, n = 120 měsíců BH = 100 000 × $(1 + 0{,}005)^{120}$ = **181 940 Kč**

16) Jaká nominální roční úroková sazba se čtvrtletním složeným úrokováním za 5 let zúročí základ 50.000 Kč na splatnou částku 70.000 Kč?

Doba 5 let je delší než 1 rok => použít SU, počítat se čtvrtletní úrokovou sazbou a počtem čtvrtletí.

$$70\,000 = 50\,000 * \left(1 + \frac{i}{4}\right)^{20}$$

$$\sqrt[20]{\frac{70\,000}{50\,000}} - 1 = \frac{i}{4}$$

$$i = 0{,}0678\ \dots \mathbf{6{,}78\ \%\ p.a.}$$

17) Rozhodli jste se založit svému právě narozenému dítěti termínový bankovní účet spojený s pevnou úrokovou sazbou 2,5 % p.a. a uložit dnes na tento účet takovou částku, aby si dítě mohlo v den svých osmnáctých narozenin vyzvednout z tohoto účtu celý milion Kč. Kolik musíte uložit dnes do banky, předpokládáme-li roční úrokové období?

b) Jak by se změnila částka, budeme-li uvažovat 15% daň z příjmů?

Řešení:

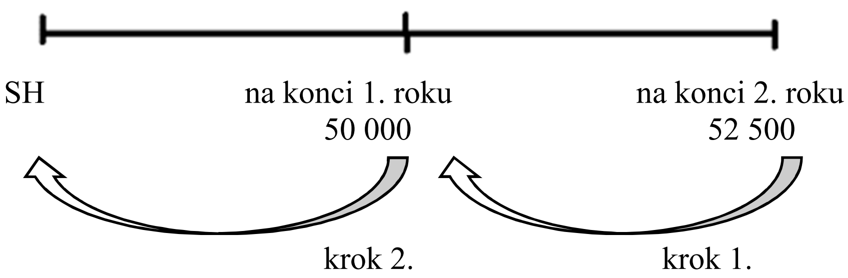
a) $BH = SH \times (1+i)^n$
$1\,000\,000 = SH \times (1+0{,}025)^{18}$

SH = **641 165,79Kč**

b) $1000\,000 = SH \times [1+0{,}025 \times (1-015)]^{18}$

SH = **684 893,04 Kč**

18) Jaký byl počáteční kapitál a úroková sazba, při které byl uložen, víme-li, že po roce byl jeho stav 50.000 Kč a po dvou letech 52.500 Kč při ročním úrokovém období? Úroky byly připisovány ke vkladu ročně a dále úročeny spolu se vkladem.



Řešení: Výpočet je nutno rozložit do dvou kroků:

Nejprve vypočítáme velikost úrokové sazby (úrokového koeficientu i).

$BH = SH \times (1+i)^n$

$52\,500 = 50\,000 \times (1+i)^1$ (zde musí být exponent 1, jedná se o období mezi prvním a druhým rokem – tj. posun o 1 obodbí)
i = 0,05 % = **p.a. 5 %**

Výpočet SH
$BH = SH \times (1+i)^n$
$50\,000 = SH \times (1+0{,}05)^1$
SH = **47 619 Kč**

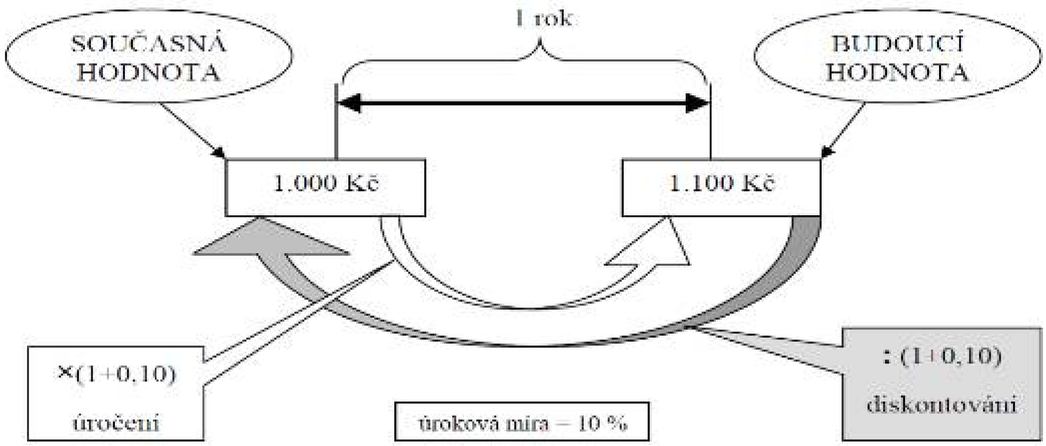
19) Máme možnost koupit pozemek. Je pro nás výhodnější hotově zaplatit 250.000 Kč, nebo dát zálohu 120.000 Kč a za tři roky doplatit 140.000 Kč? Co je pro nás výhodnější, máme-li možnost uložit peníze při 4 % úrokové sazbě p.a. (úroky připisovány ročně)?

Porovnání pomocí SH a BH.

Protože není možné/správné sčítat nebo porovnávat částky, které jsou vázané k různým časovým okamžikům, chceme-li respektovat časovou hodnotu peněz, je třeba nejprve částky na časové ose převést/přepočítat ke stejnému okamžiku. Teprve pak je možné je sčítat nebo porovnat.

Je lhostejné, jaký okamžik na časové ose zvolíme, ale musí být stejný pro všechny částky!

Dopředu se na časové ose pohybujeme pomocí úročení (tj. ekvivalent současné částky v budoucnosti je současná částka zvýšená o úroky), nazpět pomocí odúročení (tj. diskontování). Naznačeno na následujícím obrázku.



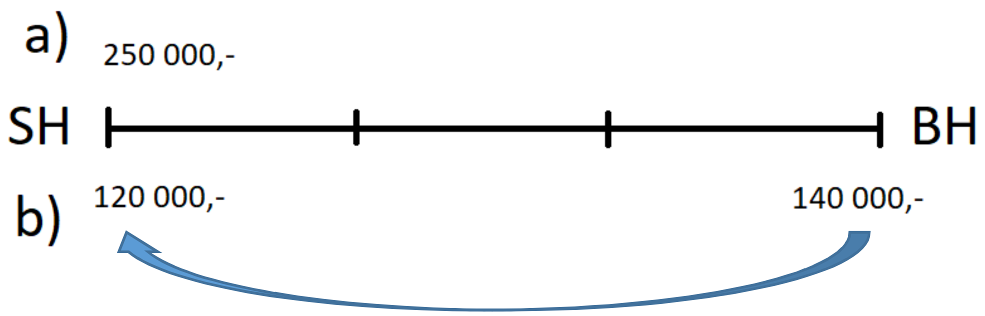
Obr. 3.1: *Princip současné a budoucí hodnoty*
Zdroj: upraveno dle KISLINGEROVÁ, E. a kol. Manažerské finance. 2004, s. 143.

$$BH = SH \times (1+i)^n$$

$$SH = \frac{BH}{(1+i)^n}$$

Varianta a): teď (v současnosti) zaplatit 250.000 Kč
Varianta b): teď (v současnosti) zaplatit 120.000 Kč + za 3 roky zaplatit 140.000 Kč

Porovnání pomocí současné hodnoty (SH):

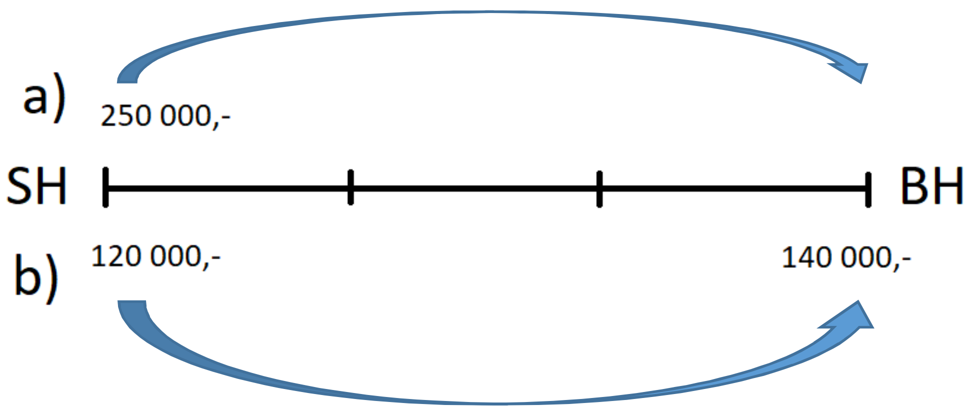


SH varianty a) = **250 000,00 Kč**
SH varianty b) = 120 000,00 + SH částky 140 000,00, kterou je třeba zjistit

SH částky 140.000 = $\frac{140000}{(1+0{,}04)^3} = 124\,459{,}49\ K\check{c}$
SH varianty b) = 120 000 + 124 459 = **244 459,49 Kč**

Výhodnější (z hlediska kupujícího) je varianta b).

Porovnání pomocí budoucí hodnoty (BH):



BH varianty a) = $SH \times (1+i)^n = 250\,000 \times (1+0{,}04)^3 = \mathbf{281\,216\ K}\check{c}$

BH varianty b) = BH částky 120 000 + 140 000 = $120\,000 \times (1+0{,}04)^3 + 140\,000 =$

$= 134\,983{,}68 + 140\,000 = \mathbf{274\,983{,}68\ K}\check{c}$

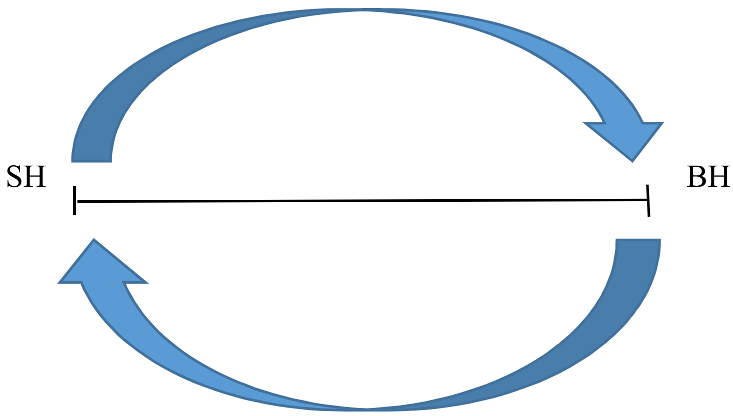
Výhodnější (z hlediska kupujícího) je varianta b). Ke stejnému výsledku (tj. výhodnější var. b) samozřejmě musíme dospět vždy (bez ohledu na to, jaký okamžik pro porovnání použijeme.

Shrnutí: základní pravidlo pro výpočet SH/BH

jednoduché BH = SH + SH × i × d/360

ÚROKOVÁNÍ

složené $BH = SH \times (1+i)^n$



$$SH = \frac{BH}{1+i\times\frac{d}{360}}$$

DISKONTOVÁNÍ

$$SH = \frac{BH}{(1+i)^n}$$

Úročitel $\mathbf{(1+i)^n}$

Odúročitel $\mathbf{\frac{1}{(1+i)^n}}$

Použití jednoduchého nebo složeného úročení závisí na délce časovém intervalu mezi současným a budoucím okamžikem:

- **je-li kratší než 1 úrokovací období, pak použijeme jednoduché úročení;**
- **je-li delší než 1 úrokovací období, pak použijeme složené úročení.**